08تطبيقات القيمة المتوسطةjpg_Page1.jpg

08تطبيقات القيمة المتوسطةjpg_Page2.jpg

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول **بطاقة رقم:**69/08 **الأستاذ:** شداني عبد المالك

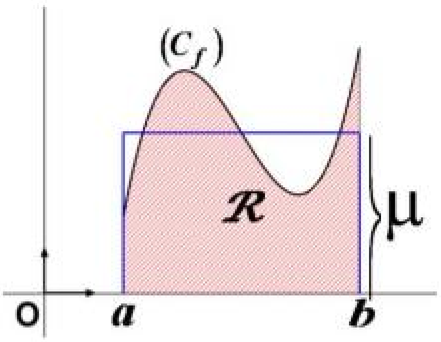
الحصة	تحليل	التاريخ	افريل 2016
المحور	الحساب التكاملي	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	**القيمة المتوسطة و حصر تكامل**	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	توظيف خواص التكامل لحساب دوال اصلية	المعارف المكتسبة	خواص التكامل
الوسائل البداغوجية	السبورة، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي، كتاب الأستاذ

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي	**نشاط :**	30د
صياغة الكفاءة		

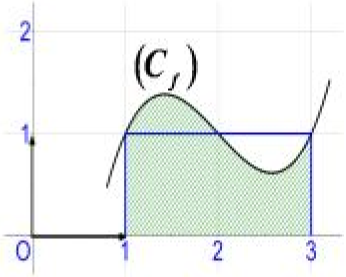
1. القيمة المتوسطة لدالة على مجال:

تعريف: f دالة مستمرة على مجال $[a;b]$ حيث $a<b$.
القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[a;b]$ هي العدد الحقيقي μ (أو الذي نرمز له احيانا $\bar{f}$) حيث : $\mu=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

التفسير الهندسي للقيمة المتوسطة لدالة :



المساواة $\mu=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$ تكافيء :
$\mu(b-a)=\int_a^b f(x)dx$ $\int_a^b f(x)dx$ هو مساحة الحيز الواقع تحت المنحني (C_f) بين a و b
و $\mu(b-a)$ هو مساحة المستطيل R الذي بعداه $b-a$ و μ . القيمة المتوسطة لـ f على $[a;b]$ هي أحد بعدي المستطيل الذي بعده الآخر هو $b-a$.



تمرين: نعتبر الدالة f المعرفة بـ :
$f(x)=x^3-6x^2+11x-5$
عين القيمة المتوسطة لـ f على المجال $[1 ; 3]$.
الحل :
القيمة المتوسطة لـ f على المجال $[1 ; 3]$ هي العدد الحقيقي μ
حيث : $\mu=\frac{1}{3-1}\int_1^3 (x^3-6x^2+11x-5)\,dx$ أي $\mu=1$

2. حصر تكامل دالة :

نظرية: f دالة مستمرة على مجال $[a;b]$.
إذا وجد عددان حقيقيان m و M بحيث من أجل كل x من $[a;b]$:
$m\le f(x)\le M$ فإن: $m(b-a)\le\int_a^b f(x)dx\le M(b-a)$

البرهان: فرضا من أجل كل x من $[a;b]$ لدينا: $m\le f(x)\le M$ و من خاصية

المقارنة للتكامل : $\int_a^b m dx \le \int_a^b f(x)dx \le \int_a^b M dx$ أي

$m\int_a^b dx \le \int_a^b f(x)dx \le M\int_a^b dx$ و بما أن $\int_a^b dx = b-a$ يكون :

$m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$.

نتيجة: f دالة مستمرة على مجال I ، a و b عددان حقيقيان من I .
اذا وجد عدد حقيقي M بحيث من أجل كل x من I: $|f(x)| \le M$
فإن: $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \le M|b-a|$.

تمرين : 1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $t \in R_+$: $1-t \le \frac{1}{1+t} \le 1$.

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \in R_+$: $x - \frac{x^2}{2} \le \ln(1+x) \le x$

.

الحل :

1) من أجل كل عدد حقيقي $t \in R_+$: $1-t^2 \le 1 \le 1+t$

أي : $(1-t)(1+t) \le 1 \le 1+t$ وبالقسمة على العدد الحقيقي الموجب تماما $1+t$

نجد : $1-t \le \frac{1}{1+t} \le 1$.

2) من أجل كل عدد حقيقي $x \in R_+$ وبمكاملة الحصر : $1-t \le \frac{1}{1+t} \le 1$ بين 0 و x

يكون : $\int_0^x (1-t)\, dt \le \int_0^x \frac{1}{1+t} dt \le \int_0^x 1\, dt$

وبالتالي : $\left[t - \frac{t^2}{2}\right]_0^x \le [\ln(1+t)]_0^x \le [t]_0^x$ أي $x - \frac{x^2}{2} \le \ln(1+x) \le x$

مرحلة التقويم و الإستثمار		25د

تمرين رقم 36 و 37 صـ 187
تمرين رقم 51 صفحة 188

الحل:1) لدينا من اجل كل x من $[n;n+1]$ فإن : $\frac{1}{n+1} \le \frac{1}{x} \le \frac{1}{n}$ ومنه

$\frac{1}{n+1}(n+1-n) \le \int_n^{n+1} \frac{1}{x}dx \le \frac{1}{n}(n+1-n)$ أي $\frac{1}{n+1} \le I_n \le \frac{1}{n}$

2) حسب مبرهنة الحصر نجد، $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} \le \lim_{n\to+\infty} I_n \le \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n}$ ومنه، $\lim_{n\to+\infty} I_n = 0$

لأن: $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n+1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ ومنه المتتالية (I_n) متقاربة.

ملاحظات حول سير الحصة:...