المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول-		بطاقة رقم: 04 /22	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	
المحور	الإشتقاقية	القسم	2 ع ت 1
الموضوع	الدوال المشتقة	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	حساب الدوال المشتقة لدوال المألوفة	المعارف المكتسبة	قابلية الإشتقاق عند عدد حقيقي
الوسائل البداغوجية	السبورة ، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي + كتاب الأستاذ

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
النشاط الإستكشافي	(انظر أدناه)	

نشاط تمهيدي: f دالة و x_0 عدد حقيقي.أحسب النسبة $\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ و إستنتج قيمة $f'(x_0)$ في كل من الحالات التالية: 1) $f(x)=ax+b$ ، 2) $f(x)=b$

3) $f(x)=x^2$ 4) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ 5) $f(x)=\sqrt{x}$.

مناقشة النشاط:

1) من أجل كل عدد حقيقي x_0 ، ومن اجل كل عدد حقيقي h غير معدوم ، لدينا:

$$\frac{f(x_0+h)+f(x_0)}{h}=\frac{ax_0+b-ax_0-b}{h}=\frac{ah}{h}=a \text{ ومنه } \lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=a$$

وعليه: $f'(x_0)=a$.

الخلاصة: الدالة التآلفية $x\mapsto ax+b$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة: $x\mapsto a$

2) من أجل كل عدد حقيقي x_0 ، ومن اجل كل عدد حقيقي h غير معدوم ، لدينا:

$$\frac{f(x_0+h)+f(x_0)}{h}=\frac{b-b}{h}=0 \text{ ومنه } \lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=0$$

وعليه: $f'(x_0)=0$.

الخلاصة: الدالة الثابتة $x\mapsto b$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة: $\boxed{x\mapsto 0}$.

3) من أجل كل عدد حقيقي x_0 ، ومن اجل كل عدد حقيقي h غير معدوم ، لدينا:

$$\frac{f(x_0+h)+f(x_0)}{h}=\frac{(x_0+h)^2-{x_0}^2}{h}=\frac{h(2x_0+h)}{h}=2x_0+h \text{ ومنه}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=2x_0$$ وعليه: $f'(x_0)=2x_0$.

الخلاصة: الدالة المربع $x\mapsto x^2$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة: $\boxed{x\mapsto 2x}$.

4) من أجل كل عدد حقيقي x_0 غير معدوم، ومن اجل كل عدد حقيقي h غير معدوم ،

لدينا: $$\frac{-1}{{x_0}^2}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{x_0(x_0+h)}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{x_0+h}-\frac{1}{x_0}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)+f(x_0)}{h}$$ وعليه:

$$f'(x_0)=\frac{-1}{{x_0}^2}$$

الخلاصة: الدالة المقلوب $x\mapsto\dfrac{1}{x}$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}^*$ ودالتها المشتقة: $\boxed{x\mapsto\dfrac{-1}{x^2}}$

5) من أجل كل عدد حقيقي x_0 من $]0;+\infty[$ ، لدينا:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)+f(x_0)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x_0+h}-\sqrt{x_0}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x_0+h}+\sqrt{x_0}}=\frac{1}{2\sqrt{x_0}}$$

وعليه: $f'(x_0)=\dfrac{1}{2\sqrt{x_0}}$

الخلاصة: الدالة $x \mapsto \sqrt{x}$ قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}_+^*$ ودالتها المشتقة: $\boxed{x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}}$

صياغة الكفاءة

1) قابلية الإشتقاق على مجال: إذا كانت الدالة f تقبل الإشتقاق عند كل قيمة x_0 من المجال I ، تقول إنها تقبل الإشتقاق على I .

مثال: كل الدوال كثيرات الحدود تقبل الإشتقاق على $\mathbb{R}$.
كل الدوال الناطقة تقبل الإشتقاق على مجموعة تعريفها.

2) تعريف الدالة المشتقة: f دالة قابلة للإشتقاق على المجال I
الدالة التي ترفق كل x من I بالعدد $f'(x_0)$ ، تسمى الدالة المشتقة للدالة f . و يرمز لها بالرمز: f' أي $f': x \mapsto f'(x)$

جدول الدوال المشتقة لدوال المألوفة:

الدالة f	الدالة المشتقة f'	مجالات قابلية الإشتقاق
$x \mapsto ax+b$	$x \mapsto a$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto x^2$	$x \mapsto 2x$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto x^n \ ;n \in \mathbb{N}^*$	$x \mapsto nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$x \mapsto \frac{-1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$x \mapsto \frac{1}{x^n} \ ;n \in \mathbb{N}^*$	$x \mapsto \frac{-n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}^*$
$x \mapsto \sqrt{x}$	$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$
$x \mapsto \cos x$	$x \mapsto -\sin x$	$\mathbb{R}$
$x \mapsto \sin x$	$x \mapsto \cos x$	$\mathbb{R}$

مرحلة التقويم و الإستثمار

تمرين تطبيقي : f و g دالتان معرفتان على المجال $]-\infty, 0[$ بـ: $f(x)=x^2$ و $g(x)=\frac{1}{x}$.
ليكن (C_f) و (C_g) رسميهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.
عين المماسات المشتركة للمنحنيين (C_f) و (C_g) .

الحل الدالتان f و g قابلتان للإشتقاق على $]-\infty, 0[$.ولدينا: $f'(x)=2x$ و $g'(x)=-\frac{1}{x^2}$
$A(x_0, f(x_0))$ نقطة من (C_f) و $B(x_1, g(x_1))$ نقطة من (C_g) .
ليكن (T) مماس (C_f) عند النقطة A و (T') مماس (C_g) عند النقطة B.
معادلة لـ (T) : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ أي $y=2x_0x-x_0^2$
معادلة لـ (T') : $y=g'(x_1)(x-x_1)+g(x_1)$ أي $y=-\frac{1}{x_1^2}x+\frac{2}{x_1}$
(T) و (T') منطبقان معناه $\begin{cases} 2x_0=-\frac{1}{x_1^2} \\ -x_0^2=\frac{2}{x_1} \end{cases}$ بحل هذه الجملة نحصل على $x_0=-2$ و
$x_1=-\frac{1}{2}$. ومنه معادلة (T) و (T') : $y=-4x-4$.

ملاحظات حول سير الحصة:..