| المؤسسة: ثانوية خالص سليمان | بطاقة رقم: 08/01 | الأستاذ: شـداني عبد المالك | |
|---|---|---|---|
| الحصة | تحليل | التاريخ | سبتمبر 2015 |
| المحور | الاشتقاقية | القسم | 3 علوم تجريبية |
| الموضوع | العدد المشتق و الدالة المشتقة | المدة | ساعتين |
| الكفاءات المستهدفة | توظيف المشتق لحساب المشكلات | المعارف المكتسبة | الإشتقاقية (السنة الثانية) |
| الوسائل البداغوجية | السبورة | المراجع | الكتاب المدرسي+ كتاب الأستاذ |

| سير الدرس | مراحل الدرس | الزمن |
|---|---|---|

**نشاط إستكشافي**

**نشاط1:** لتكن الدوال المعرفة بـ : $f(x)=x^2, g(x)=\sqrt{x}$

1- أحسب باستخدام التعريف $g'(1), g'(0), f'(1), f'(0)$

2- أكتب معادلة المماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3- أوجد الدالة المشتقة لكل من الدالتين $f, g$ .

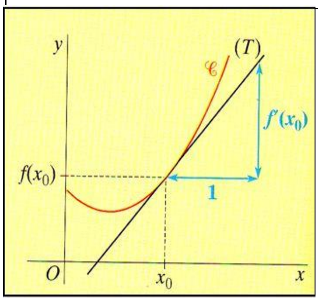
**صياغة الكفاءة**

## 1/العدد المشتق و الدالة المشتقة:

**تعريف:** $f$ دالة معرفة على المجال $I$ و $h, a$ عددان حقيقيين من المجال $I$ حيث $h \neq 0$ . نقول أن $f$ قابلة للاشتقاق عند $a$ إذا كان $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=l$ و يسمى العدد $l$ العدد المشتق للدالة $f$ عند $a$ و نكتب : $f'(a)=l$

## 2/مماس لمنحى دالة:

ليكن $(C_f)$ منحنى الدالة $f$ في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$، إذا كانت الدالة $f$ قابلة للاشتقاق عند $x_0$ فإن $(C_f)$ يقبل مماسا في النقطة $M_0(x_0;f(x_0))$ معادلته $\boxed{y=f'(x)(x-x_0)+f(x_0)}$




**ملاحظات هامة:**

1- نكون الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $I$ إذا كانت قابلة للاشتقاق من أجل كل قيمة $x_0$ من المجال $I$.

2- الدالة المشتقة $f':x\mapsto f'(x)$ تسمى الدالة المشتقة الأولى للدالة $f$

3-

## 3/الاشتقاق و الاستمرار:

كل دالة قابلة للاشتقاق عند القيمة $x_0$ تكون مستمرة عند $x_0$ و العكس غير صحيح

**مثال:**

1- الدالة $x\mapsto |x|$ مستمرة عند 0 و لكنها غير قابلة للاشتقاق عند 0

1- كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال $I$ تكون مستمرة على هذا المجال

2- إذا كانت $f$ غير مستمرة عند $x_0$ فإنها غير قابلة للاشتقاق عند $x_0$

**نتائج:**

- كل دالة كثير حدود قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ .
- كل دالة ناطقة قابلة للاشتقاق على مجال تعريفها.

| | | |
|---|---|---|
| | ## 3/مشتقات بعض الدوال المألوفة: | |

| عبارة الدالة | عبارة المشتقة | ميدان الاشتقاق | ملاحظات |
|---|---|---|---|
| $k$ | $0$ | $\mathbb{R}$ | $k$ ثابت |
| $x^n$ | $nx^{n-1}$ | $\mathbb{R}$ | $n \in \mathbb{N}^*$ |
| $\sqrt{x}$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $\mathbb{R}_+^*$ | |
| $\frac{1}{x}$ | $\frac{-1}{x^2}$ | $\mathbb{R}^*$ | |
| $\sin x$ | $\cos x$ | $\mathbb{R}$ | |
| $\cos x$ | $-\sin x$ | $\mathbb{R}$ | |
| $\lambda f(x)$ | $\lambda f'(x)$ | | $f$تقبل الاشتقاق |
| $f(x)+g(x)$ | $f'(x)+g'(x)$ | | $f$ و$g$تقبلان الاشتقاق |
| $f(x)\times g(x)$ | $f'(x)\times g(x)+f(x)\times g'(x)$ | | $f$ و$g$تقبلان الاشتقاق |
| $\frac{f(x)}{g(x)}$ | $\frac{f'(x)\times g(x)-f(x)\times g'(x)}{g^2(x)}$ | | $f$ و$g$تقبلان الاشتقاق و $g$لاتنعدم |
| $\sqrt{f(x)}$ | $\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$ | | $f$تقبل الاشتقاق و $f(x)>0$ |

مرحلة التقويم و الإستثمار

تطبيق1: جد مشتقة الدالة $x \mapsto \tan x$

تطبيق2:

صياغة الكفاءة

## 4/حالات خاصة حول العدد المشتق:

ليكن $(C_f)$ منحنى الدالة $f$ و $x_0$ عددا حقيقيا

| النهاية | التفسير الهندسي |
|---|---|
| $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l$ | الدالة $f$تقبل الاشتقاق عند $x_0$ $(C_f)$يقبل مماس معادلته $y=l(x-x_0)+f(x_0)$ |
| $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ >}}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_1$ | الدالة $f$تقبل الاشتقاق على يمين $x_0$ $(C_f)$ يقبل نصف مماس معادلته $\begin{cases} y=l_1(x-x_0)+f(x_0) & ;x\geq x_0\end{cases}$ |
| $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ <}}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=l_2$ | الدالة $f$تقبل الاشتقاق على يسار $x_0$ $(C_f)$يقبل نصف مماس معادلته $\begin{cases} y=l_2(x-x_0)+f(x_0) & ;x\leq x_0\end{cases}$ |
| $\lim\limits_{x\to x_0}\left\lvert\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\right\rvert=+\infty$ | الدالة $f$ لا تقبل الاشتقاق عند $x_0$ و $(C_f)$يقبل مماسا موازيا لمحور التراتيب عند النقطة $x_0$ |

ملاحظة: تكون الدالة قابلة للاشتقاق عند النقطة $x_0$ إذا كان العدد المشتق من اليمين مساوياً للعدد المشتق من اليسار أي: $l_1=l_2$

مرحلة التقويم و

تطبيق1: نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\lvert x^2-1\rvert$ $(C_f)$ منحنى الدالة $f$

الإستثمار

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على يمين العدد1−

2- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على يسار العدد 1−

3- هل الدالة قابلة للاشتقاق عند العدد 1−

الحل :

1) **تبيان أن الدالة f قابلة للإشتقاق على يمين العدد1− :**

من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq -1$ :

$$\lim_{x \xrightarrow{>} -1} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim_{x \xrightarrow{>} -1} \frac{|x^2-1|}{x+1} = \lim_{x \xrightarrow{>} -1} \frac{|x-1||x+1|}{x+1}$$

$$= \lim_{x \xrightarrow{>} -1} \frac{(-x+1)(x+1)}{x+1} = \lim_{x \xrightarrow{>} -1} (-x+1) = 2$$

إذن الدالة f قابلة للإشتقاق على يمين العدد1− و لدينا، $f'_d(-1) = 2$

2) **تبيان أن الدالة f قابلة للإشتقاق على يسار العدد1− :**

من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \leq -1$ :

$$\lim_{x \xrightarrow{<} -1} \frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim_{x \xrightarrow{<} -1} \frac{|x^2-1|}{x+1} = \lim_{x \xrightarrow{<} -1} \frac{|x-1||x+1|}{x+1}$$

$$= \lim_{x \xrightarrow{<} -1} \frac{(-x-1)(x+1)}{x+1} = \lim_{x \xrightarrow{<} -1} (-x-1) = 0$$

إذن الدالة f قابلة للإشتقاق على يسار العدد 1− و لدينا، $f'_g(-1) = 2$

3) نلاحظ أن $f'_d(-1) \neq f'_g(-1)$ و عليه الدالة f غير قابلة للإشتقاق عند العدد 1−

**توضيح** : كتابة العبارة $|x^2-1| = |x-1||x+1|$ دون رمز القيمة المطلقة

| x | $-\infty$ $\quad$ $-1$ | $\quad$ $1$ | $\quad$ $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $\lvert x+1 \rvert$ | $-x-1$ | $x+1$ | $x+1$ |
| $\lvert x-1 \rvert$ | $-x+1$ | $-x+1$ | $x-1$ |
| $\lvert x-1 \rvert \lvert x+1 \rvert$ | $(-x-1)(-x+1)$ | $(-x+1)(x+1)$ | $(x-1)(x+1)$ |

**تطبيق2 : بكـــــالوريا 2009 ، بكـــــــــــالوريا2008 (علوم تجريبية)**

**ملاحظات حول سير الحصة:**

..............................................................................................