| المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول | بطاقة رقم: 09/02 | الأستاذ: شداني عبد المالك | |
|---|---|---|---|
| الحصة | تحليل | التاريخ | سبتمبر 2015 |
| المحور | الاشتقاقية | القسم | 3 علوم تجريبية |
| الموضوع | دراسة الدوال , اتجاه تغير دالة | المدة | ساعة واحدة |
| الكفاءات المستهدفة | - استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة و المنحنى الممثل لها. | المعارف المكتسبة | الإشتقاق |
| الوسائل البداغوجية | السبورة + المسطرة | المراجع | الكتاب المدرسي |

| سير الدرس | مراحل الدرس | الزمن |
|---|---|---|
| نشاط استكشافي | **نشاط1:** إعطاء أمثلة بسيطة - تذكيرات - | |
| صياغة الكفاءة | | |

### 1/اتجاه تغير دالة:

**مبرهنة:** f دالة قابلة للاشتقاق على مجال $I$ من $\mathbb{R}$

1- من أجل $x \in I$, إذا كان : $f'(x) > 0$ فإن f متزايدة على $I$

2- من أجل $x \in I$, إذا كان : $f'(x) < 0$ فإن f متناقصة على $I$

3- من أجل $x \in I$, إذا كان : $f'(x) = 0$ فإن f ثابتة على $I$

**أمثلة:** تطبيق رقم 27 صفحة 60

### 2/القيم الحدية:

إضافة إلى ما سبق إذا إنعدمت $f'$ و غيرت إشارتها عند $x_0$ فإن الدالة f تقبل قيمة حدية محلية و نسمي النقطة في التمثيل البياني ذروة

| $x$ | | $x_0$ | |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | | $-$ |
| $f(x)$ | | $f(x_0)$ | |

$f(x_0)$ تمثل قيمة محلية عظمى معناه: من أجل كل $x \in I$ فإن: $f(x) \le f(x_0)$

| $x$ | | $x_0$ | |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ | | $+$ |
| $f(x)$ | | $f(x_0)$ | |

$f(x_0)$ تمثل قيمة محلية صغرى معناه: من أجل كل $x \in I$ فإن: $f(x) \ge f(x_0)$

**ملاحظة1:**

المماس عند القيمة الحدية يكون موازي لمحور الفواصل لأن: $f'(x_0) = 0$

**ملاحظة2:**

إذا إنعدمت $f'$ و لم تغير إشارتها عند $x_0$ فإن الدالة f تقبل قيمة حدية محلية و نسمي النقطة في التمثيل البياني **نقطة إنعطاف**

### 4/نقطة الانعطاف:

**تعريف:** هي نقطة يخترق فيها المماس التمثيل البياني .

## طرق تعيين نقطة انعطاف :

1- إذا كانت $f''$ الدالة المشتقة الثانية لـ $f$ انعدمت عند النقطة $x_0$ و غيرت إشارتها فإن النقطة $(x_0;f(x_0))$ هي نقطة إنعطاف.

2- إذا كانت $f'$ إنعدمت عند النقطة $x_0$ و لم تغير إشارتها فإن النقطة . $(x_0;f(x_0))$ . هي نقطة إنعطاف .

3- دراسة وضعية منحنى الدالة $f$ بالنسبة للمماس $(\Delta)$ .

## تطبيق:

لتكن الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ و المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-x^2+1}{x^2-1}$ و

ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x)=ax+b+\dfrac{cx}{x^2-1}$ حيث $a$ ، $b$ ، $c$ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

2) أدرس تغيرات الدالة $f$ و عين بمعادلاتها المستقيمات المقاربة للمنحنى $(C)$

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $\left[\dfrac{-4}{5};\dfrac{-1}{2}\right]$.

4) أرسم بعناية $(\Delta)$ و $(C)$.

## حل مختصر:

**1)** تعيين الأعداد الحقيقية $a$ و $b$ و $c$:

نستعمل طريقة المطابقة، نجد $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=a=1 \end{cases}$. الخلاصة: من أجل $x$ من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$: $\boxed{f(x)=x-1+\dfrac{x}{x^2-1}}$.

**2)** دراسة تغيرات الدالة $f$:

◄ مجموعة التعريف الدالة $f$ هـــــــــي: $D_f=\mathbb{R}-\{-1;1\}=]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$

◄ النهايات: . $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty \end{cases}$ . $\begin{cases} \lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty \end{cases}$ $\begin{cases} \lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)=-\infty \end{cases}$

◄ إتجـــــاه تغير الدالة $f$:

لدينا الدالة $f$ قابلة للإشتقاق على مجموعة تعريفها لأنهــا دالة ناطقة. ولدينا:

$f'(x)=\dfrac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2}=\dfrac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$ إشارة $f'(x)$: من إشارة البسط $x^2-3$ لأن: $(x^2-1)^2>0$ ; $x^2\geq 0$ ;

الخلاصة: الدالة $f$ متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;-\sqrt{3}[$ و $]\sqrt{3}:+\infty[$

الدالة $f$ متناقصة على المجال $]-\sqrt{3};-1[\cup]-1;1[\cup]1;\sqrt{3}[$

◄ جدول التغيرات:

| x | $+\infty$ | $\sqrt{3}$ | | $1$ | | $0$ | | $-1$ | | $-\sqrt{3}$ | $-\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $-$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ ↗ | $-3,6$ | ↘ $-\infty$ | ‖ | $-\infty$ ↘ | $-1$ | ↘ $+\infty$ | ‖ | $+\infty$ ↘ | $1,6$ | ↗ $+\infty$ |

الخلاصة:

نلاحظ ان المشتق الأول ينعدم ولا يغير اشارته عند النقطة ذات الفاصلة 0

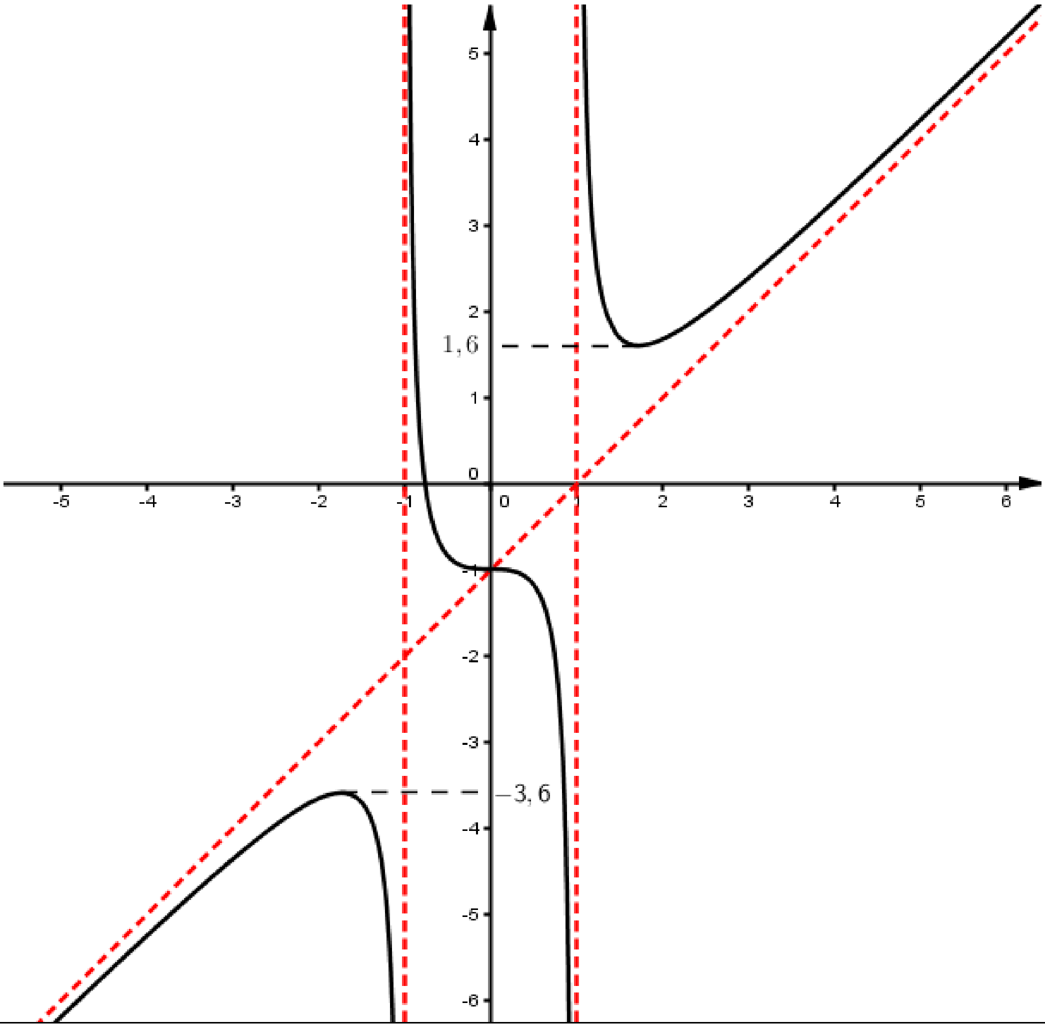
التفسير الهندسي: النقطة $(0;-1)$ هي نقطة انعطاف

تعيين المستقيمات المقاربة:

◄ المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين موازيان لمحور التراتيب ، معادلتهما على الترتيب $x=1$ و $x=-1$

◄ لدينا: $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-(x-1)]=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{x}{x^2-1}=0$ ومنه: المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته

$y=x-1$

| | | |
|---|---|---|
| | 3) لدينا الدالة $f$ متناقصة تماما و مستمرة على المجال $\left[\frac{-4}{5};\frac{-1}{2}\right]$ و لدينا: $f\left(\frac{-5}{4}\right)\times f\left(\frac{-1}{2}\right)<0$ ، إذن حسب نظرية القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد على المجال   | |
| مرحلة التقويم و الاستثمار | **القراءة البيانية:** **تطبيق رقم 67 +61 صفحة 64     تطبيق رقم 72 صفحة 65** | |

**ملاحظات حول سير الحصة:**...........................................................................