المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول - البويرة		بطاقة رقم: 01/01	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	
المحور	النهايات و الاستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند $+\infty$ أو $-\infty$	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	تقريب مفهوم نهاية منتهية وغير منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$	المعارف المكتسبة	النهايات (السنة الثانية)
الوسائل البداغوجية	السبورة + المدور + الحاسوب	المراجع	الكتاب المدرسي+ المنهاج

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي	**نشاط رقم1:** لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{x}+1$ وليكن (C_f) مثيلها البياني. 1) أنشئ (C_f) . و المستقيم ذو المعادلة $y=1$. 2) ضع تخمينا حول: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا.	35د
	نهاية منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$ **تعريف:** القول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي ℓ يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ ينتمي إلى مجال يشمل العدد ℓ إذا كـــان x كبيرا بالقدر الكافي ونكتب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\ell$ **نتيجة: التفسير الهندسي/** نقول أن المستقيم ذو المعادلة $y=\ell$ مستقيم مقارب لـلمنحنى (C_f) الممثل للدالة f عند $+\infty$. **ملاحظة:** نحصل على تعريف و تفسير مماثلين عند $-\infty$	
نشاط إستكشافي	**نشاط رقم2:** لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^2+1$ وليكن (C_g) مثيلها البياني. 1) أنشئ (C_g) . 2) ضع تخمينا حول: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا. **نشاط رقم3:** لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x)=\frac{1}{x}+x+1$ وليكن (C_h) مثيلها البياني. 1) أنشئ (C_h) . 2) ضع تخمينا حول: $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$. فسر النتيجة هندسيا.	
	نهاية غيرمنتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$ **تعريف:** القول أن نهاية الدالة f عند $+\infty$ هي $+\infty$ يعني أنه يمكن جعل $f(x)$ أكبر من أي عدد حقيقي أي $f(x)\in[A;+\infty[$ مع $A\in\mathbb{R}$ إذا كـــــان x كبيرا بالقدر الكافي ونكتب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ **ملاحظة :** يمكن الحصول على تعاريف لنهايات مماثلة بنفس الطريقة $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ **نتيجة:** إذا كانت النهاية غير منتهية عند $+\infty$ أو $-\infty$ فهناك إحتمال وجود مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ أو $-\infty$ **مثال:** f دالة معرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{x-1}$. أثبت أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ **المستقيم المقارب المائل** **تعريف:** ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة: القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) يعني أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$ (على الترتيب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$)	

ملاحظة: إذا كانت الدالة f معرفة كما يلي: $f(x)=ax+b+\varphi(x)$ مع $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)=0$ أو $\lim\limits_{x\to-\infty}\varphi(x)=0$ فمن الواضح أن المستقيم ذا المعادلة $y=ax+b$ مستقيم مقارب مائل للمنحني الممثل للدالة f عند $+\infty$ أو $-\infty$.

مثال توضيحي: نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=3x+1-\dfrac{5}{1-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-\dfrac{5}{1-x}\right)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\dfrac{5}{1-x}\right)=0$ إذن المستقيم الذي معادلته $y=3x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f).

الوضع النسبي لمنحن ومستقيم مقارب:

ليكن (C_f) المنحني البياني المثل لدالة f في معلم متعامد $(o;\vec{i},\vec{j})$.
(D) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) معادلته من الشكل $y=ax+b$.
لدراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)، نقوم بدراسة إشارة $[f(x)-(ax+b)]$.
- إذا كان (D) يقع تحت المستقيم المقارب (C_f) فإن $f(x)-(ax+b)<0$
- إذا كان (D) يقع فوق المستقيم المقارب (C_f) فإن $f(x)-(ax+b)>0$

تمرين تطبيقي: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=4x+1+\dfrac{2x}{x^2+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=4x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f).
2) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

الحل:

1) من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $f(x)-(4x+1)=\dfrac{2x}{x^2+1}$

$\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-(4x+1)]=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\dfrac{2x}{x^2+1}=\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left(\dfrac{2}{x+\dfrac{1}{x}}\right)=0$ إذن $\lim\limits_{|x|\to+\infty}[f(x)-(4x+1)]=0$

إذن المستقيم (D) الذي معادلته $y=4x+1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f).

2) من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $f(x)-(4x+1)=\dfrac{2x}{x^2+1}$

إذا كان $x\in]-\infty;0[$ فإن $\dfrac{2x}{x^2+1}<0$ أي $f(x)-(4x+1)<0$

إذن المنحني (C_f) يقع تحت المستقيم المقارب (D) على المجال $]-\infty;0[$.

إذا كان $x\in]0;+\infty[$ فإن $\dfrac{2x}{x^2+1}>0$ أي $f(x)-(4x+1)>0$

.

إذن المنحني (C_f) يقع فوق المستقيم المقارب (D) على المجال $]0;+\infty[$

مرحلة التقويم و الإستثمار	تطبيق: تمرين رقم 07 صفحة 26 تمرين رقم 08+09+10+11 صفحة 26 للمنزل	15د

ملاحظات حول سير الحصة:..

الأستاذ: شداني عبد المالك	بطاقة رقم:02/02	المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول - البويرة

الحصة	تحليل	التاريخ	
المحور	النهايات و الاستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند عدد حقيقي	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	تقريب مفهوم نهاية منتهية وغير منتهية عند عدد حقيقي	المعارف المكتسبة	النهايات (السنة الثانية)
الوسائل البداغوجية	السبورة + المدور + الحاسوب	المراجع	الكتاب المدرسي+ المنهاج

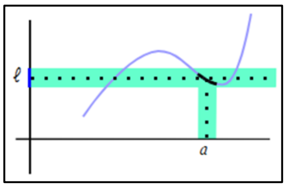
سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشاف	**نشاط رقم1 صفحة 06**	35د

نهاية منتهية عند عدد حقيقي

تعريف: f دالة معرفة على مجموعة من الشكل $]a;x_0[\cup]x_0;b[$ و l عدد حقيقي.
القول أن نهاية f عند x_0 هي l يعني أن كل مجال مفتوح شامل للعدد l يشمل كل القيم $f(x)$ من أجل x قر بالقدر الكافي من x_0. نكتب $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=l$

ملاحظات ونتائج :

1. اذا كانت f دالة معرفة عند قيمة a وكانت f لها نهاية عند a فان $\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a)$
2. اذا كانت الدالة f لها نهاية l عند a فان هذه النهاية وحيدة .
3. تقبل الدالة f نهاية وحيدة l إذا كانت النهاية من اليمين والنهاية من اليسار عند a متساويتان أي $\lim\limits_{\substack{p\\x\to a}} f(x)=\lim\limits_{\substack{f\\x\to a}} f(x)=l$



مثال تطبيقي : لتكن f دالة معرفة على ، بـ: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2|x|}{x};x\neq 0 \\ f(0)=2 \end{cases}$.

أدرس نهاية الدالة f عند 0

نشاط إستكشافي

نشاط: لتكن الدالة f المعرفة على $-\{2\}$ ، كما يلي: $f(x)=\dfrac{1}{x-2}$

1) أنشئ (C_f) منحنى الممثل لدالة f
2) أكمل الجدول التالي:

x	1,99	1,999	2,01	2,001
$f(x)$				

3) ضع تخمين حول : $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$.

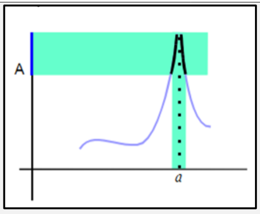
نهاية غيرمنتهية عند عدد حقيقي

تعريف: f دالة معرفة على مجموعة من الشكل $]a;x_0[\cup]x_0;b[$.
القول أن نهاية f عند x_0 هي $+\infty$ يعني أن كل مجال من الشكل $[A;+\infty[$ (، $A\in$) يشمل كل القيم $f(x)$ من أجل x قريب بالقدر الكافي من x_0. نكتب $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=+\infty$

مثال تطبيقي : لتكن الدالة f معرفة على المجال $-\{2\}$ ، بـ : $f(x)=\dfrac{1}{(x-2)^2}$

اثبت باستعمال التعريف أن : $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=+\infty$

التفسير الهندسي : المستقيم المقارب الموازي لمحور التراتيب:



تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته: $x = a$.
القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) يعني أن نهاية الدالة f عند x_0 (من اليسار أو من اليمين) هي $+\infty$ أو $-\infty$

مرحلة التقويم و الإستثمار

15د

تطبيق: تمرين رقم 29 صفحة 28 تمرين رقم 23 إلى 28صفحة 28

الخلاصة: السلوك التقاربي لمنحنى

المستقيم المقارب العمودي و الأفقي و المـــائل :

النهاية	التفسير البياني للنهاية
$\lim\limits_{x\to a} f(x) = \infty$	المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته $\boxed{x = a}$. (يوازي محور التراتيب)
$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = b$	المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا أفقيا معادلته $\boxed{y = b}$، وذلك بجوار ∞.(يوازي محور الفواصل)
$\lim\limits_{\lvert x\rvert\to\infty}[f(x) - (ax+b)] = 0$	المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مـــائلا معادلته $\boxed{y = ax + b}$، وذلك بجوار ∞.
$f(x) = ax + b + \varphi(x)$ مع $\lim\limits_{\lvert x\rvert\to+\infty} \varphi(x) = 0$	المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيما مقاربا مـــائلا معادلته $\boxed{y = ax + b}$، وذلك بجوار ∞.

تطبيق: نعتبر الدالة f المعرفة على $-\{-2\}$ ، بـ: $f(x) = \dfrac{x^3 - 3^2 + 5}{(x-2)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في م م م $(o,\vec{i},\vec{j})$

1- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيينه.

3- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4- عين أصغر عدد طبيعي n حيث من أجل كل x يحقق $x \geq n$ يكون لدينا

$$f(x) - (x+1) \leq \frac{1}{100}$$

الحل:--

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 2} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 2} f(x) = +\infty$

2) من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، لدينا:

$$f(x) - (x+1) = \frac{x^3 - 3x^2 + 5}{(x-2)^2} - (x+1) = \frac{1}{(x+2)^2}$$

بماأن $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x) - (x+1)] = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - (x+1)] = 0$ إذن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

3) من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ ، لدينا: $f(x) - (x+1) > 0$

إذن المنحنى (C_f) يقع فوق المستقيم المقارب (D) على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$.

4) تعيين أصغر عدد طبيعي n :

$f(x) - (x+1) \leq \dfrac{1}{100}$ يعني $\dfrac{1}{(x-2)^2} \leq \dfrac{1}{100}$ أي $(x-2)^2 \geq 100$ لأن $x \neq 2$

ومنه $(x-2)^2 - 10^2 \geq 0$ ومنه $(x+8)(x-12) \geq 0$.

x	$-\infty$ $\quad -8 \quad 12 \quad$ $+\infty$
$(x+8)(x-12)$	$+ \quad 0 \quad - \quad 0 \quad +$

نستنتج من الجدول أن $(x+8)(x-12) \geq 0$
إذا كان $x \geq 12$ أو $x \leq -8$
إذن أصغر عدد طبيعي n حيث من أجل كل x يحقق $(x \geq n)$، يكون لدينا:
$f(x)-(x+1) \leq \frac{1}{100}$ هو 12.

ملاحظات حول سير الحصة:..

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول - البويرة		بطاقة رقم:03/03	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	سبتمبر 2015
المحور	النهايات و الاستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	العمليات على النهايات	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات	المعارف المكتسبة	النهايات (السنة الثانية)
الوسائل البداغوجية	السبورة + المدور	المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن

1. تتمات على النهايات بعض نهايات الدوال المرجعية:

$\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ * $\lim\limits_{x\to-\infty} x=-\infty$ * $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}=+\infty$ *

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^2=+\infty$ * $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2=+\infty$ * $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$ * $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$ *

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x}=0$ * $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x}=0$ * $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} \frac{1}{x}=+\infty$ * $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} \frac{1}{x}=-\infty$ *

2. العمليات على النهايات

f و g دالتان. a يمثل عدد حقيقي أو $+\infty$ أو $-\infty$. نقبل دون برهان المبرهنات التالية:

نهاية مجموع دالتين:

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}$	$l\in\mathbb{R}$	$l\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	$l'\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a}(f+g)(x)$	$l+l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	$-\infty$

نهاية جداء دالتين:

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}$	$l>0$	$l>0$	$l<0$	$l<0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	0
$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	$l'\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a}(f(x)\times g(x))$	$l\times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	ح ع ت

نهاية حـــــاصل قسمة دالتين:

$\lim\limits_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}^*$	l	0	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a} g(x)$	$l'\in\mathbb{R}$	$+\infty$	0	$-\infty$	$l'>0$	$l'<0$	$l'>0$	$l'<0$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)$	$\frac{l}{l'}$	0	ح ع ت	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت

ملاحظات

- تسمى الحالات التي لا تسمح فيها النظريات السابقة من استنتاج النهاية بحالات "عدم التعيين"
- إذا قبلت دالة f نهاية عند عدد حقيقي a تكون هذه النهاية وحيدة.

حالة عامة: 1) نهاية دالة كثير حدود عند $+\infty$ أو $-\infty$ هي نهاية حدها الأعلى درجة
2) نهاية الدالة الناطقة عند $+\infty$ أو $-\infty$ هي نهاية حاصل قسمة الحد الأعلى درجة في البسط على الحد الأعلى درجة في المقام.

مرحلة التقويم و الإستثمار	تطبيق: تمرين رقم 18 إلى 22 صفحة 27	15د

حلول بعض التمارين :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^3+x-1}{x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$ $\Leftarrow$ ملاحظة: الطريقة غير صالحة بجوار العدد x_0

2) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}\dfrac{x^3+x-2}{x^2-1}$ نجد: $\dfrac{0}{0}$ (ح ع ت) ، في حالة $\dfrac{0}{0}$ نستعمل عموما القسمة الاقليدية او العدد المشتق

الازالة: لدينا، $x^3+x-2=(x-1)(x^2+x+2)$ و $x^2-1=(x-1)(x+1)$ ومنه:

$$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}\dfrac{x^3+x-2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}\dfrac{(x-1)(x^2+x+2)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}\dfrac{x^2+x+2}{x+1}=2$$

3) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}\dfrac{x^2+2x-3}{x-2}=+\infty$ لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}(x^2+2x-3)=+5\\ \lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}(x-2)=0^+\end{cases}$

x	$+\infty$	3		2	$-\infty$
x^2-5x+6	+	0	−	0	+

0^- 0^+

5) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}\dfrac{x^2+x-1}{2-x}=+\infty$ لأن : $\begin{cases}\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}(x^2+x-1)=+5\\ \lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}(2-x)=0^-\end{cases}$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$-x+2$	+	0	−

بقيم أصغر 0^+ 0^- بقيم أكبر

6) ح ع ت $+\infty-\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{3x^2-x+1}-2x\right]$

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{3x^2-x+1}-2x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[|x|\sqrt{3-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x\sqrt{3-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2x\right]$$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left[\sqrt{3-\underset{\to 0}{\frac{1}{x}}+\underset{\to 0}{\frac{1}{x^2}}}-2\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{3}-2\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}(-0,27x)=-\infty$$

7) ح ع ت $+\infty-\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{x^2+x-3}-x\right]$ ، نلاحظ نفس المعامل لـ x نستعمل المرافق

$$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\sqrt{x^2+x-3}-x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+x-3}-x\right)\left(\sqrt{x^2+x-3}+x\right)}{\sqrt{x^2+x-3}+x}$$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x^2+x-3)-x^2}{\sqrt{x^2+x-3}+x}$$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-3}{\sqrt{x^2+x-3}+x}$$

$$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\cancel{x}\left(1-\frac{3}{x}\right)}{\cancel{x}\left[\sqrt{1+\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}}+1\right]}=\frac{1}{2}$$

طرائق: حالة عدم التعيين $\frac{0}{0}$

$f(x)$ تتضمن كثيرات حدود	$f(x)$ تتضمن جذرا $\sqrt{\ }$	المقام من الشكل $x+a$ او $ax+b$	$f(x)$ تتضمن sin او cos
طريقة الاختزال 1) نحلل البسط و المقام 2) نختزل على $(x-a)$ $f(x)=\frac{(x-a)(...)}{(x-a)(...)}$	**طريقة المرافق** 1)نضرب $f(x)\times\frac{\text{مرافق}}{\text{مرافق}}$ 2) ثم نقوم بالاختزال	**طريقة العدد المشتق** 1) إظهار العبارة $\frac{f(x)-f(0)}{x-a}$ 2) $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(0)}{x-a}=f'(a)$	نظهر احد النهايات الشهيرة : $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0$

حالة عدم التعيين $+\infty-\infty$

$f(x)$ تتضمن جذرا $\sqrt{\ }$				
$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}+\alpha x+\beta$		$f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}-\sqrt{\alpha x^2+\beta x+\gamma}$		$f(x)=\sqrt{ax+b}+\alpha x+\beta$
$\sqrt{a}\neq\alpha$	$\sqrt{a}=\alpha$	$a\neq\alpha$	$a=\alpha$	نضع x كعامل مشترك
نضع x كعامل مشترك	نستعمل طريقة المرافق		نضع x كعامل مشترك	

حالة عدد التعيين $\frac{\infty}{\infty}$:

$f(x)$ تتضمن جذرا $\sqrt{\ }$
نضع الحد الأكبر درجة كعامل مشترك $\sqrt{ax^2+bx+c}=\|x\|\sqrt{a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x^2}}$ ، $\sqrt{ax+b}=\|x\|\sqrt{\frac{a}{x}+\frac{b}{x^2}}$

ملاحظات حول سير الحصة:...

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان		بطاقة رقم:04/04	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	سبتمبر 2015
المحور	النهايات و الإستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	نهاية دالة مركبة و النهايات بالمقارنة	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	حساب النهايات باستعمال نهاية دالة مركبة أو النهايات بالمقارنة	المعارف المكتسبة	حساب النهاية ، تركيب دالتين
الوسائل البداغوجية	السبورة + المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي+ المنهاج

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن

نشاط إستكشافي

نشاط1: f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x}$ و g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=x^2+1$

1) عرف الدالة $g\circ f$ ($g[f(x)]$)   2) عين b نهاية f عند $a=+\infty$

3) عين c نهاية g عند b 4) عين نهاية $g\circ f$ عند $a=+\infty$, ماذا تلاحظ؟

صياغة الكفــاءة

1/ نهاية دالة مركبة:

تعريف: c,b,a تمثل أعداد حقيقية أو $\pm\infty$, h,g,f دوال عددية حيث : $f=g\circ h$

إذا كانت $\lim\limits_{x\to a} h(x)=b$ و $\lim\limits_{x\to b} g(x)=c$ فإن : $\lim\limits_{x\to a} g\circ f(x)=c$

تمرين تطبيقي1: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=3\left(1-\frac{4}{x}\right)^2+2$

أدرس نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$.

الحـل: الدالة f هي مركب الدالتين u و v بهذا الترتيب أي $f=vou$ حيث :

$\begin{cases} u(x)=1-\frac{4}{x} \\ v(x)=3x^2+2 \end{cases}$ بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to1} v(x)=5$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$

بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty} u(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to1} v(x)=5$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$

تمرين تطبيقي2: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\cos\left(\frac{2}{x}-\frac{\pi}{2}\right)$

أدرس نهاية الدالة f عند $\frac{2}{\pi}$.

الحـل: الدالة f هي مركب الدالتين u و v بهذا الترتيب أي $f=vou$ حيث :

$\begin{cases} u(x)=\frac{2}{x}-\frac{\pi}{2} \\ v(x)=\cos x \end{cases}$ بما أن $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} u(x)=\frac{\pi}{2}$ و $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} v(x)=0$ فإن $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x)=0$.

2/ حساب النهايات بالمقارنة:

مبرهنة1: (الحد من الأسفل) g,f دالتان معرفتان على D من $\mathbb{R}$

إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ و $f(x)\geq g(x)$ من أجل x كبير جدا بالقدر الكافي فإن :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

مثال: لتكن f الدالة المعرفة من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x>3$ بـ: $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x+3}}$

1) بين أنه إذا كان $x>3$ فإن $\frac{1}{\sqrt{2x}}>\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 2) استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

الحـل:

1) لدينا $x>3$ ومنه $x+x>x+3$ أي $2x>x+3$. وبالتالي

$\sqrt{2x}>\sqrt{x+3}$ إذن: $\frac{1}{\sqrt{x+3}}>\frac{1}{\sqrt{2x}}$

2) من أجل $x>3$ لدينا $\frac{1}{\sqrt{2x}}>\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ ومنه: $\frac{2x}{\sqrt{2x}}>\frac{2x}{\sqrt{x+3}}$ إذن: $f(x)>\sqrt{2x}$

وبما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{2x}=+\infty$ إذن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

مبرهنة2: (الحد من الأعلى) g,f دالتان معرفتان على D من $\mathbb{R}$

إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$ و $f(x)\le g(x)$ من أجل x كبير جدا بالقدر الكافي فإن :

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$

تمرين تطبيقي: 1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $3\cos x-2x\le 3-2x$

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(3\cos x-2x)$.

الحل

1) لدينا من أجل كل عدد حقيقي x ، $\cos x\le 1$ ومنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$،

$3\cos x\le 3$ وبالتالي من أجل كل عدد حقيقي x ، $3\cos x-2x\le 3-2x$

2) لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $3\cos x-2x\le 3-2x$ ومنه من أجل كل x كبير بالقدر الكافي: $3\cos x-2x\le 3-2x$ وبما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}(3-2x)=-\infty$ فإن

$\lim\limits_{x\to+\infty}(3\cos x-2x)=-\infty$

مبرهنة3: (الحصر) g,f دالتان معرفتان على D من $\mathbb{R}$ و l عددحقيقي ثابت و h دالة حيث من أجل x كبير بالقدر الكافي لدينا : $h(x)\le f(x)\le g(x)$, إذا كانت :

$\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=l$ فإن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=l$

ملاحظة مهمة: تبقى المبرهنات السابقة صحيحية في حالتي : $x\to-\infty$ و $x\to a$

حيث a عدد حقيقي

تمرين تطبيقي: لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1-2\sin x}{x^2}$

1) بين أنه من أجل كل x من $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$: $-\frac{1}{x^2}\le f(x)\le\frac{3}{x^2}$

2) استنتج نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

الحل: 1) من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $-1\le\sin x\le 1$ ومنه $-2\le-2\sin x\le 2$ ومنه

$-1\le 1-2\sin x\le 3$ إذن $-\frac{1}{x^2}\le\frac{1-2\sin x}{x^2}\le\frac{3}{x^2}$ أي $-\frac{1}{x^2}\le f(x)\le\frac{3}{x^2}$

2) من أجل كل x من $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ ، لدينا: $-\frac{1}{x^2}\le f(x)\le\frac{3}{x^2}$

بما أن $\lim\limits_{x\to\infty}\left(-\frac{1}{x^2}\right)=0$ و $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3}{x^2}\right)=0$ فإن $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$

مرحلة التقويم و الإستثمار

تطبيق: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ حيث : $f(x)=\frac{4+\sin x}{x^2}$

1- عين العددين b,a بحيث من أجل كل عدد x يحقق $a\le 4+\sin x\le b$ و استنتج عبارة الدالتين h و g حيث من أجل كل x من D_f يكون $h(x)\le f(x)\le g(x)$

2- أحسب نهايات f عند $+\infty$ و $-\infty$

الحل :

1) من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ لدينا: $-1 \le \sin x \le 1$ ومنه $3 \le 4+\sin x \le 5$

ومنه : $\frac{3}{x^2} \le \frac{4+\sin x}{x^2} \le \frac{5}{x^2}$ أي $\frac{3}{x^2} \le f(x) \le \frac{5}{x^2}$ لأن $\frac{1}{x^2} > 0$

2) حساب النهايات :

لدينا: $\lim_{|x|\to+\infty} \frac{5}{x^2} = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{3}{x^2} = 0$ ومنه نجد: $\begin{cases} \lim_{x\to+\infty} f(x) = 0 \\ \lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 \end{cases}$

تمارين من الكتاب المدرسي.(مهـــــم جدا

ملاحظات حول سير الحصة...

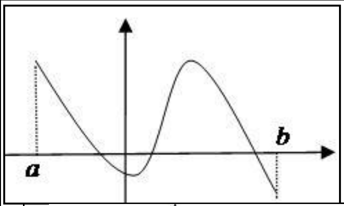
المؤسسة: ثانوية خالص سليمان– بشلول - البويرة		بطاقة رقم: 05/05	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	سبتمبر 2015
المحور	النهايات و الإستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	إستمرارية دالة	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	استمرار دالة عند قيمة و على مجال	المعارف المكتسبة	حساب النهاية التمثيل البياني لدالة
الوسائل البداغوجية	السبورة + المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي	**نشاط1:** f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\|x-1\|$ 1- عبر عن $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة 2- مثل بيانيا في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ منحنى الدالة f 3- أحسب $\lim\limits_{x\to1}f(x)$ و $f(1)$ 4- ماذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة f عند $x_0=1$ (مستمر أو متقطع)	
صياغة الكفاءة	**1/استمرارية الدالة عند قيمة:** **تعريف:** f دالة معرفة مجال مفتوح يشمل القيمة x_0 القول أن f مستمرة عند x_0 معناه : $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$ **مثال:** لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-2x^2+3x+1$ أدرس استمرارية الدالة f عند 1. **الحـل:** $f(1)=2$ و $\lim\limits_{x\to1}f(x)=2$ بما أن $\lim\limits_{x\to1}f(x)=f(1)$ فإن الدالة f مستمرة عند 1. **تمرين تطبيقي:** لتكن الدالة f المعرفة بـ: $\begin{cases}f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2} & ;x\neq2\\ f(2)=4\end{cases}$ أدرس استمرارية الدالة f عند 2. **الحـل:** الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$، $f(2)=4$ حساب $\lim\limits_{x\to2}f(x)$: $\lim\limits_{x\to2}(x-2)=0$ و $\lim\limits_{x\to2}(x^2-4)=0$ من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 2 : لدينا: $f(x)=\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}$ أي $f(x)=x+2$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=4$ ومنه $\lim\limits_{x\to2}f(x)=\lim\limits_{x\to2}(x+2)=4$ بما أن $\lim f(x)=f(2)$. فإن الدالة f مستمرة عند 2 **2/استمرارية الدالة عند يمين او يسار قيمة:** **تعريف:** f دالة معرفة على مجال من الشكل $[x_0;+\infty[$ القول أن f مستمرة من يمين x_0 معناه : $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}x_0}f(x)=f(x_0)$ **تعريف:** f دالة معرفة مجال من الشكل $]-\infty;x_0]$ القول أن f مستمرة من يسار x_0 معناه : $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}x_0}f(x)=f(x_0)$ **مثال:** نعتبر الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\begin{cases}x^2+x & ; x\in]-2;1[\\ x-1 & ; x\in[1;4[\end{cases}$ أدرس استمرار الدالة f عند القيمة 1	

4/استمرارية دالة على مجال:

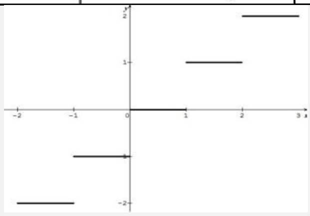
تعريف: f دالة معرفة بمجال I
القول أن f مستمرة على المجال I إذا كانت مستمرة عند كل قيمة من المجال I

التفسير الهندسي:



(C_f) المنحنى البياني للدالة f في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ تكون f مستمرة على المجال عندما يمكن رسم (C_f) دون رفع القلم

مثال: - دالة الجزء الصحيح-



تعريف: نسمي الدالة الجزء الصحيح المعرفة على $\mathbb{R}$ و التي ترفق بكل عدد حقيقي x العدد الصحيح n حيث : $n \le x \le n+1$ و نرمز لها بـ $[x]$ أو $E(x)$

دالة الجزء الصحيح ليست مستمرة على $\mathbb{R}$ لأنه لا يمكن رسم منحنيها البياني دون رفع القلم. و لكنها مستمرة على المجالات $]n;n+1[$ حيث n عدد صحيح .

5/النظريات على الاستمرار:

g,f دالتان مستمرتان على المجال I . و α عدد حقيقي غير معدوم
1- الدالة $f+g$ مستمرة على I
2- الدالة $f\times g$ مستمرة على I
3- الدالة $\alpha \times f$ مستمرة على I
4- الدالة $\frac{f}{g}$, $\frac{1}{g}$ مستمرة على I من أجل كل x من I : $g(x) \neq 0$

نتائج:

1- كل دالة كثير حدود مستمرة على $\mathbb{R}$
2- كل دالة ناطقة مستمرة على مجال تعريفها
3- الدالة الجذر التربيعي مستمرة على مجال تعريفها
4- الدالتين $x \mapsto \cos x$ و $x \mapsto \sin x$ مستمرتين على $\mathbb{R}$
5- إذا كانت f مستمرة عند a و g مستمرة عند $f(a)$, فإن الدالة $g \circ f$ مستمرة عند a

---

مرحلة التقويم و الإستثمار

تطبيق1: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة:
$$f(x)=\begin{cases} \frac{|x|}{x}\sqrt{|x|} & ;x \in \mathbb{R}-\{0\} \\ 0 & ;x=0 \end{cases}$$
1- أدرس استمرار f عند 0
2- هل f مستمرة على مجال تعريفها

تطبيق2: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;2[$ كما يلي : $f(x)=x+1+E(x)$ حيث $x \mapsto E(x)$ هي الدالة الجزء الصحيح
1- أكتب حسب قيم x عبارة $f(x)$ بدون الرمز $E(x)$
2- أرسم المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس
3- هل الدالة f مستمرة على المجال $[0;2[$؟ عين المجالات التي تكون فيها f مستمرة.

تمرين تطبيقي: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(-2x^2+3x+1)\sin x$
بيِّن أن الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$.

الحـل: الدالتان $x \mapsto \sin x$ و $x \mapsto -2x^2+3x+1$ مستمرتان على $\mathbb{R}$.
الدالة f هي جداء دالتين مستمرتين على $\mathbb{R}$ فهي مستمرة على $\mathbb{R}$.

ملاحظات حول سير الحصة:...

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان – بشلول - البويرة | بطاقة رقم: 06/06 | الأستاذ: شداني عبد المالك

الحصة	تحليل	التاريخ	سبتمبر 2015
المحور	النهايات و الإستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	مبرهنة القيم المتوسطة	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	استعمال مبرهنة القيم المتوسطة لإثبات وجود حلول للمعادلة $f(x)=k$, $k\in\mathbb{R}$	المعارف المكتسبة	حلول المعادلة $f(x)=k$ بيانيا
الوسائل البداغوجية	السبورة + المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن

نشاط إستكشافي

نشاط1: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-3;2]$ بـ: $f(x)=x^2-2$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) حل في $[-3;2]$ المعادلات التالية $f(x)=-3$, $f(x)=-2$, $f(x)=0$

2) أنشئ منحنى الدالة f ثم فسر النتائج المحصل عليها في السؤال 1 هندسيا.

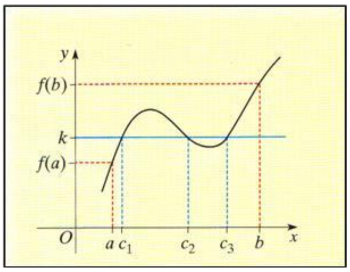
صياغة الكفاءة

1/مبرهنة القيم المتوسطة:

> مبرهنة: إذا كانت f مستمرة على $[a;b]$, من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ يوجد على الأقل عدد c من المجال $[a;b]$ بحيث: $f(c)=k$

التفسير البياني:

المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقطع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=k$ في نقطة على الأقل فاصلتها c من المجال $[a;b]$



تمرين تطبيقي:

برهن باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة أن المعادلة $x^3+x=-1$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[-1;0]$

الحل:

يمكن كتابة المعادلة $x^3+x=-1$ على الشكل $f(x)=-1$ حيث f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+x$ ، الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ لأنها دالة كثير حدود فهي مستمرة على $[-1;0]$

لدينا $f(0)=0$ و $f(-1)=-2$ ، نلاحظ أن العدد (-1) محصور بين العددين $f(0)$ و $f(-1)$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة ، المعادلة $x^3+x=-1$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[-1;0]$

> حالة خاصة: إذا كانت f مستمرة على المجال $[a;b]$ و كان $f(a)\times f(b)<0$ يوجد على الأقل c من المجال $[a;b]$ حيث: $f(c)=0$

مثال: f دالة معرفة على المجال $[0;2]$ بـ: $f(x)=x^3+x-1$

بين أن للمعادلة $f(x)=0$ تقبل حل على المجال $[0;2]$.

> ملاحظة: في المبرهنة السابقة إذا كانت f رتيبة تماما على المجال $[a;b]$ فإن العدد c وحيد.

مثال: في المثال السابق , أثبت أن الحل وحيد.

مرحلة التقوم و الإستثمار

تطبيق2: تمرين 107 صفحة 35

ملاحظات حول سير الحصة:..

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان – بشلول – البويرة		بطاقة رقم: 07/07	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	
المحور	النهايات و الإستمرار	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	القيم التقريبية لحل معادلة:	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة		المعارف المكتسبة	
الوسائل البداغوجية	السبورة + المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن

صياغة الكفاءة

القيم التقريبية لحل معادلة:

نظرية القيم المتوسطة تسمح لنا بواسطة الحصر المتوالي بتحديد القيم القريبة من حل المعادلة $f(x)=0$ على المجال $I=[a;b]$. نفرض أن : $f(a)<0$ و $f(b)>0$ و ليكن $x\in[a;b]$

طريقة المسح:

- نفرض أن f مستمرة و متزايدة تماما على $[a;b]$ و نقوم بحساب قيم f إبتداء من $f(a)$ بخطوة مقدارها p على النحو التالي:
$f(a+p)$ ، $f(a+2p)$ ، ... حتى نتحصل على القيمة الموجبة $f(a+kp)$ مع $k\in\mathbb{N}$.
- من القيمة a' التي تسبق $a+kp$ بدل الخطوة بالخطوة p' حيث $p'=\frac{p}{10}$ و نتابع الحسابات بالكيفية السابقة $f(a+p')$ ،....، نكمل هذه العملية حتى نحصل على التقريب المطلوب للحل.

مثال: من أجل المعادلة $x^3-3x-3=0$ ، أوجد حصرا بتقريب 10^{-1} للحل α حيث $\alpha\in]2;3[$.

إبتداء من 2 بخطوة $p=0,1$ ، لدينا:

x	2	2,1	2,2	2,3
$f(x)$	-1	$-0,04$	$1,05$	

$\Leftarrow$ $\boxed{\alpha\in]2,1\ ;\ 2,2[}$.

- إيجاد الحصر بتقريب 10^{-2} :

إبتداء من 2,1 بخطوة 0,01 ، لدينا:

x	2,1	2,11	2,12
$f(x)$	$-0,04$	$1,16$	

$\Leftarrow$ $\boxed{\alpha\in]2,1\ ;\ 2,11[}$.

إيجاد حصر لحل معادلة بالتنصيف

المبدأ: بصفة عامة إذا كانت f دالة مستمرة و رتيبة تماما على مجال $[a;b]$ بحيث $f(a)\times f(b)<0$ فإن، حسب مبرهنة القيم المتوسطة ، المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[a;b]$.

نعلم أن $m=\frac{a+b}{2}$ هو مركز المجال $[a;b]$.

1. إذا كان $f(a)\times f(m)<0$ فإن $a<\alpha<m$.
2. إذا كان $f(a)\times f(m)>0$ فإن $m<\alpha<b$.

مثال: من أجل المعادلة $x^3-3x-3=0$ ، أوجد حصرا بتقريب 10^{-1} للحل α حيث $\alpha\in]2;3[$

	الحل: $f(2)=-1$ و $f(3)=15$. إيجاد الحصر بتقريب 10^{-1} : لدينا $2,5=\frac{2+3}{2}=m_1$ مركز المجال $]2;3[$ ومنه $f(2,5)=5,125$ إذن: $\alpha\in]2\ ;\ 2,5[$. إيجاد الحصر بتقريب 10^{-2} : لدينا $2,25=\frac{2+2,5}{2}=m_2$ مركز المجال $]2\ ;\ 2,5[$ ومنه $f(2,25)=1,64$ إذن: $\alpha\in]2\ ;\ 2,25[$. إيجاد الحصر بتقريب 10^{-3} : لدينا $2,125=\frac{2+2,25}{2}=m_3$ مركز المجال $]2\ ;\ 2,25[$ ومنه $f(2,125)=0,22$ إذن: $\alpha\in]2\ ;\ 2,125[$.	
مرحلة التقويم و الإستثمار		

ملاحظات حول سير الحصة:...