المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : الإستمرارية

الكفاءات المستهدفة: – دراسة إستمرارية دالة و سلوكها التقاربي .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بنهاية دالة و حساب صورة عدد .		
	نشاط 1 لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كمايلي: $\begin{cases} f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}\,;x\neq 2 \\ f(2)=4 \end{cases}$ **1** أنشيء التمثيل البياني للدالة f **2** أحسب $f(2)$ و $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$. ماذا تلاحظ؟		مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
بناء المفاهيم:	❶ تعريف الاستمرارية : **تعريف:** f دالة مجموعة تعريفها D_f و a عدد حقيقي غير معزول من D_f . القول أن الدالة f مستمرة عند a يعني أن نهاية الدالة f عند a هي $f(a)$. $(\lim\limits_{x\to a} f(x)=f(a))$ يعني f مستمرة عند a **مثال :** لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-2x^2+3x+1$ لدينا : $f(1)=2$ و $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2$ بما أن : $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=f(1)$ فإن الدالة f مستمرة عند 1 **ملاحظة:** القول إن f مستمرة على مجال I يعني أن f مستمرة عند كل عدد حقيقي من I **التفسير البياني :** تكون الدالة f مستمرة على مجال I عندما يمكن رسم منحنها البياني على هذا المجال دون رفع القلم (اليد) ❷ خواص (تقبل دون برهان) : نقبل بأن كل الدوال المقررة في هذا المستوى و المحصل عليها بالعمليات على دوال مألوفة أو بتركيبها مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها. **نتائج:** • الدوال المرجعية مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها. • الدوال كثيرات الحدود، $\cos, \sin$ مستمرة على $\mathbb{R}$. • الدوال الناطقة مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.		

ملاحظات	المدة	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل

أمثلة :

- الدالة $x \mapsto 2x^2 + 6x + 11$ ، مستمرة على $\mathbb{R}$.
- الدالة $x \mapsto \frac{5x+6}{x^2-1}$ مستمرة على كل من المجالات $]-1;1[$ ، $]-\infty;-1[$ و $]1;+\infty[$.

تطبيق (ت 42 و 43 ص 29):

مثال لدالة غير مستمرة (دالة الجزء الصحيح) :

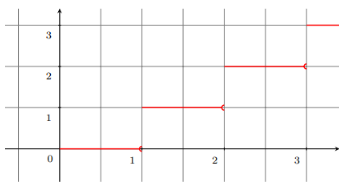
مثال — دالة الجزء الصحيح

← دالة الجزء الصحيح هي الدالة التي نرمز لها ب E و التي تحقق : $E(x) = n$ إذا كان $n \leq x < n+1$ (حيث $n \in \mathbb{Z}$)

← مثلا :

- $E(3,5) = 3$ لأن $3 \leq 3,5 < 3+1$
- $E(5) = 5$ لأن $5 \leq 5 < 5+1$
- $E(-2,4) = -3$ لأن $-3 \leq -2,4 < -3+1$
- $E(\sqrt{5}) = 2$ لأن $4 \leq 5 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} \leq \sqrt{5} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 \leq \sqrt{5} < 3$

التمثيل البياني لدالة الجزء الصحيح :



الدالة E غير مستمرة على $\mathbb{R}$. لا تقبل نهاية عند كل عدد صحيح .

ملاحظة:

لا يكفي أن تكون الدالة معرفة حتى تكون مستمرة ، كمثال الدالة E رغم أنها معرفة عند 2 إلا أنها ليست مستمرة ($E(2) = 2$ لكن : $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 2} E(x) = 1$)

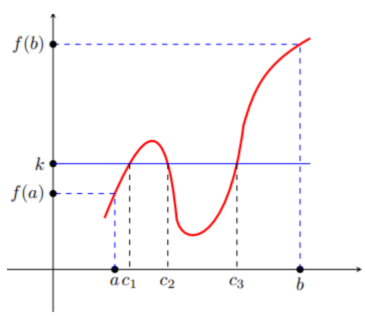
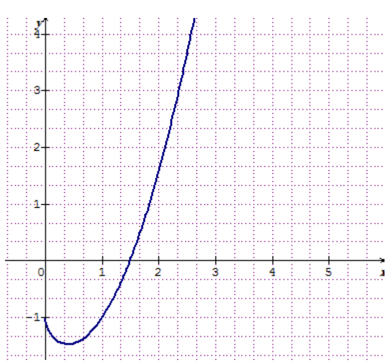
♠. حل التمرين 102 و 103 و 104 و 105 صفحة 35

تقويم

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول	الأستاذ: بلبحري كمال	المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية		
المحتوى المعرفي : الإستمرارية		
الكفاءات المستهدفة: – استعمال مبرهنة القيم المتوسطة لإثبات وجود حلول المعادلة $f(x)=K$ ، k عدد حقيقي معطى.		

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: ❶ مبرهنة القيم المتوسطة (تقبل دون برهان) : مبرهنة: f دالة معرفة و مستمرة $[a;b]$. من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، يوجد على الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b بحيث: $f(c)=k$		
بناء المفاهيم:	❷ التفسير البياني : الدالة f مستمرة على المجال $[a;b]$ ، من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ فإن : المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=k$ يقطع حتما منحنى الدالة على الأقل في نقطة . أي أن المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[a;b]$  حالة خاصة : إذا كانت f دالة مستمرة على مجال $[a;b]$ و كان $f(a)f(b)<0$ (العدد 0 محصور بين $f(a)$ و $f(b)$) فإنه يوجد على الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b بحيث $f(c)=0$ أي أن f تنعدم على الأقل مرة واحدة على $[a;b]$. ❸ المعادلة $f(x)=k$: إذا كانت f دالة معرفة و مستمرة $[a;b]$ فإنه من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، المعادلة $f(x)=k$ تقبل على الأقل حلا c محصور بين a و b . ملاحظة: مبرهنة القيم المتوسطة تؤكد فقط وجود حل على الأقل للمعادلة $f(x)=k$ أما تعيين الحلول أو قيم مقربة لها فيتم بإتباع خوارزميات مختلفة. مثال: لكن f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2-\sqrt{x}-1$. f دالة معرفة و مستمرة على $[0;+\infty[$ و لدينا $f(1)=-1$ و $f(2)=3-\sqrt{2}$ ، العدد 0 محصور بين $f(1)$ و $f(2)$ و منه، حسب مبرهنة القيم المتوسطة، المعادلة $f(x)=0$ تقبل على الأقل حلا محصورا بين 1 و 2 . 		

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
	طريقة: لإثبات وجود حلول معادلة على مجال $[a;b]$ باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة نتبع الخطوات التالية: • نكتب المعادلة على الشكل $f(x)=k$. • نتحقق من إستمرارية الدالة f على المجال $[a;b]$. • نتحقق من أن العدد k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$. **تطبيق** (ت 50 ص 29): ❹ الدوال المستمرة والرتيبة تماما على مجال $[a;b]$: **مبرهنة:** إذا كانت f مستمرة و رتيبة تماما على مجال $[a;b]$ فإنه من أجل كل عدد حقيقي k محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[a;b]$. برهان: نفرض أن الدالة f مستمرة و رتيبة تماما على مجال $[a;b]$. و ليكن k عدد حقيقي محصور بين $f(a)$ و $f(b)$ ، و منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة، يوجد على الأقل عدد حقيقي c محصور بين a و b بحيث $f(c)=k$. لنفرض أنه يوجد عدد حقيقي أخر c' يختلف عن c ، محصور بين a و b و يحقق $f(c')=k$. يكون لدينا $c\neq c'$ و $f(c)=f(c')$ و هذا يناقض الرتابة التامة للدالة f على المجال $[a;b]$ و بالتالي يوجد عدد حقيقي وحيد c من $[a;b]$ بحيث $f(c)=k$ أي أن c هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x)=k$. **ملاحظة:** تقبل المبرهنة السابقة عدة تمديدات في حالة دالة f مستمرة و رتيبة تماما على مجال I مفتوح أو مفتوح من إحدى الجهتين، محدود أو غير محدود. **مثال:** لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty;2[$ بـ: $f(x)=\frac{x+3}{x-2}$. الدالة f مستمرة و متناقصة تماما على $]-\infty;2[$ و لدينا: $\lim\limits_{x\to2}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$ إذن من أجل كل عدد حقيقي k من $]-\infty;1[$ ، المعادلة $f(x)=k$ تقبل حلا وحيدا x_0 في المجال $]-\infty;2[$. **تطبيق :** نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-2;2]$ بـ: $f(x)=2x^3-3x^2-1$. (1) أحسب $f'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f . (2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1;2]$. (3) أعط حصرا بتقريب (سعته) 10^{-1} للعدد α . ♠ حل التمرين 60 و 61 و 64 صفحة 31.		
تقويم			

ملاحظات عامة حول الحصة: ....