

المؤسسة: ثانوية خالص سليمان - بشلول - بطاقة رقم: 61/05 الأستاذ: شداني عبد الملك

الحصة	تحليل	التاريخ	الأساتذ: شداني عبد الملك
المحور	المتاليات العددية	القسم	مارس 2016
الموضوع	<b>المتاليات المتجاورتان</b>	المدة	3 علوم تجريبية ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	معرفة و استعمال مفهوم متاليتين متجاورتين	المعارف المكتسبة	
الوسائل البداغوجية	السطرة، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي، كتاب الأستاذ
سير الدرس	مراحل الدرس		
نشاط إستكشافي	<p><b>نشاط:</b> لتكن المتاليتان <math>(u_n)</math> و <math>(v_n)</math> المعرفتان كما يلي، من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}^*</math>:</p> $v_n = \frac{3n+1}{n}, \quad u_n = 3 - \frac{4}{n}$ <p>1/ أدرس إتجاه تغير المتاليتين <math>(u_n)</math> و <math>(v_n)</math>.</p> <p>2/ أحسب <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n)</math>.</p> <p>3/ مثل بيانيا المتاليتين <math>(u_n)</math> و <math>(v_n)</math> في نفس المعلم.</p>		
صياغة الكفاءة	<p><b>المتاليات المتجاورتان:</b></p> <p><b>تعريف:</b> تتجاور متاليتان عدديتان إذا فقط إذا كانت إحدهما متزايدة و الأخرى متناقصة و كان الفرق بينهما يؤول إلى الصفر أي <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = 0</math>.</p> <p><b>مثال:</b> بين أن المتاليتان المعرفتين بما يلي متجاورتين. من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}^*</math>:</p> $v_n = \frac{2n+3}{n}, \quad u_n = \frac{2n-3}{n}$ <p><b>مبرهنة:</b> إذا كانت متاليتان متجاورتان فإنهما تتقاربان نحو نفس النهاية</p>		
مرحلة التقويم والإستثمار	<p><b>تطبيق 1:</b> <math>(u_n)</math> و <math>(v_n)</math> متاليتان معرفتان من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math> كما يلي:</p> $n > 1, \quad u_n = \frac{-2}{n}, \quad v_n = \frac{1}{\ln n}$ <p>1. أدرس إتجاه تغير كل من <math>(u_n)</math> و <math>(v_n)</math>.</p> <p>2. أحسب <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n)</math>، هل <math>(u_n)</math> و <math>(v_n)</math> المتاليتان متجاورتان؟</p> <p><b>الحل:</b></p> <p>1/ دراسة إتجاه تغير كل من <math>(u_n)</math> و <math>(v_n)</math>:</p> <p>- ندرس إشارة الفرق:</p> $u_{n+1} - u_n = \frac{-2}{n+1} + \frac{2}{n} = \frac{-2n + 2n + 2}{n(n+1)} = \frac{2}{n(n+1)}$ <p>نلاحظ أن <math>u_{n+1} - u_n &gt; 0</math> و منه <math>(u_n)</math> متزايدة</p> <p>- ندرس إشارة الفرق:</p> $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{\ln(n+1)} - \frac{1}{\ln(n)}$ <p>لدينا من أجل كل عدد طبيعي <math>n: n+1 &gt; n</math> و منه <math>\ln(n+1) &gt; \ln(n)</math> وعليه</p> $\frac{1}{\ln(n+1)} < \frac{1}{\ln(n)}$ أي $\frac{1}{\ln(n+1)} - \frac{1}{\ln(n)} < 0$ و أخيرا نجد: $v_{n+1} - v_n < 0$ و منه $(v_n)$ متناقصة		

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{-2}{n} - \frac{1}{\ln n} \right) = 0 \text{ لدينا}$$

الإستنتاج: المتاليتان  $(u_n)$  و  $(v_n)$  متجاورتين.

### تطبيق 2:

$(u_n)$  و  $(v_n)$  متاليتان معرفتان كما يلي:  $u_n = \ln(n)$  و  $v_n = \ln(n+1)$  ،

1. أدرس إتجاه تغير كل من  $(u_n)$  و  $(v_n)$

2. أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n)$  ، هل المتاليتان متجاورتان؟

### الحل: