المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول -		بطاقة رقم: 57/01	الأستاذ: شداني عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	15 فيفري 2016
المحور	المتتاليات العددية	القسم	3 ع ت 4
الموضوع	البرهان بالتراجع	المدة	ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	إثبات خاصية البرهان بالتراجع	المعارف المكتسبة	
الوسائل البداغوجية	السبورة، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي، كتاب الأستاذ

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي	**نشاط:** نرتب تلاميذ الأقسام النهائية في الثانوية، و نرقمهم بحيث نرمز للتلميذ رقم n بالرمز $P(n)$ حيث $n\geq 1$. علما أن: ♦ $P(1)$ ناجح ♦ إذا نجح $P(n)$ فإن $P(n+1)$ ناجح ما هي النتيجة المحصلة؟	
صياغة الكفاءة	**مبدأ الإستدلال بالتراجع (مُسَلَّمَة):** $P(n)$ خاصية متعلقة بالعدد الطبيعي n. لإثبات صحة $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي n_0، يكفي أن: ♦نتأكد من صحة $P(n_0)$ ♦ نفرض صحة الخاصية من أجل عدد طبيعي كيفي n أكبر أو يساوي n_0، أي "$P(n)$ صحيحة" و نثبت صحتها من أجل $n+1$، أي صحة $P(n+1)$. **تنبيهان هامان:** -إن الشرط الأول في مبدأ الإستدلال بالتراجع ضروري جدا -هذا المبدأ صالح فقط مع مجموعة الأعداد الطبيعية. **مثال1:** بين أنه من أجل كل عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 6 فإن: $3^n\geq 100n$ **مثال2:** لاحظ أنه إذا كان "3^p يقبل القسمة على 5" فإن "3^{p+1} يقبل القسمة 5". ماذا تستنتج؟	
مرحلة التقويم و الإستثمار	**تطبيق1:** 1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n أن: $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$ 2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{4^n}=\frac{4}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$ 3. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=(ax+b)e^x$ حيث a و b عددان حقيقيان. برهن أن المشتق النوني للدالة f معرف بالعبارة: $f^{(n)}(x)=(ax+b+na)e^x$ **الحل:**-- نضع الخاصية $P(n)$ ... $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{4^n}=\frac{4}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$	

المرحلة01: من اجل $n=0$ لدينا، $1=1$ إذن $P(0)$ محققة

المرحلة02: نفرض صحة الخاصية $P(n)$ و نبرهن صحة الخاصية $P(n+1)$

لدينا من فرضية التراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي:

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\dots+\frac{1}{4^n}=\frac{4}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$$

ومنه بإضافة إلى طرفي المساواة العدد $\frac{1}{4^{n+1}}$ نجد:

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\dots+\frac{1}{4^n}+\frac{1}{4^{n+1}}=\frac{4}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]+\frac{1}{4^{n+1}}$$

$$=\frac{4}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}+\frac{1}{4^{n+1}}\times\frac{3}{4}\right]$$

$$=\frac{4}{3}\left[1-\frac{1}{4^{n+1}}+\frac{3}{4^{n+2}}\right]$$

$$=\frac{4}{3}\left[1-\frac{1}{4^{n+2}}\right]$$

الخلاصة: من اجل كل عدد طبيعي n ، $\dots\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$

ومنه الخاصية $P(n+1)$ محققة

3)

نضع الخاصية $P(n):\quad f^{(n)}(x)=(ax+b+na)e^x$

المرحلة01: من اجل $n=1$ لدينا،

$f^{(1)}(x)=f'(x)=ae^x+e^x(ax+b)=(ax+b+a)e^x$ إذن $P(1)$ محققة

المرحلة02: من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم:

نفرض صحة الخاصية $P(n):\quad f^{(n)}(x)=(ax+b+na)e^x$

و نبرهن صحة الخاصية $P(n+1):\ f^{(n+1)}(x)=[ax+b+(n+1)a]e^x$

لدينا من فرضية التراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم :

$$f^{(n)}(x)=(ax+b+na)e^x$$

باشتقاق طرف المساواة نجد: $\left[f^{(n)}(x)\right]'=\left[(ax+b+na)e^x\right]'$

أي : $f^{(n+1)}(x)=ae^x+(ax+b+na)e^x=[ax+b+(n+1)a]e^x$

الخلاصة: من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $f^{(n)}(x)=(ax+b+na)e^x$

ملاحظات حول سير الحصة: ....