

الحصة	تحليل	التاريخ	فيفري 2016
المحور	المتاليات العددية	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	<b>توليد متتالية عددية و تخمين سلوكها</b>	المدة	ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	إستعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك و غاية متتالية عددية.	المعارف المكتسبة	
الوسائل البداغوجية	السطرة، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي، كتاب الأستاذ
سير الدرس	مراحل الدرس		
نشاط إستكشافي	نشاط:		

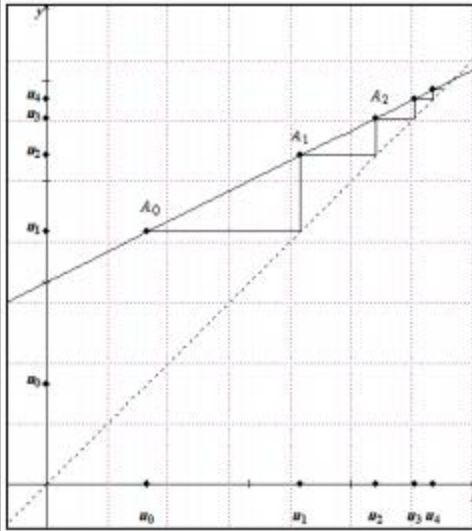
**المتاليات من الشكل  $u_{n+1} = f(u_n)$  : العلاقة التراجعية**

**- التمثيل البياني للمتتالية  $(u_n)$  :**

لتكن  $(u_n)$  متتالية حدها الأول  $u_0$  و  $u_{n+1} = f(u_n)$  حيث  $f$  دالة و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس التمثيل البياني للمتتالية  $(u_n)$  هي النقاط من الشكل  $(u_n; f(u_n))$   
**مثال:** نعتبر المتتالية  $(u_n)$  من اجل كل عدد طبيعي  $n$  المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2 \end{cases}$$

مثل بيانيا  $u_0, u_1, u_2, u_3, \dots$  ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغير و غاية المتتالية  $(u_n)$ .  
**الحل:**



لدينا:  $u_{n+1} = f(u_n)$  حيث:  $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

- نعلم  $u_0$  العدد الحقيقي على محور الفواصل ثم نعلم النقطة  $A_0$  من  $(C_f)$  ذات الفاصلة  $u_0$  و الترتيبة  $u_1 = f(u_0)$  أي  $A_0(u_0; u_1)$

- نعلم  $u_1$  العدد الحقيقي على محور الفواصل حيث  $u_1$  هي فاصلة نقطة تقاطع المستقيم  $y = u_1$  مع المستقيم  $y = x$ ، ثم نعلم النقطة  $A_1$  من  $(C_f)$  ذات الفاصلة  $u_1$  و

الترتيبة  $u_2 = f(u_1)$  أي  $A_1(u_1; u_2)$

- نعلم  $u_2$  العدد الحقيقي على محور الفواصل حيث  $u_2$  هي فاصلة نقطة تقاطع

المستقيم  $y = u_2$  مع المستقيم  $y = x$ ، ثم نعلم النقطة  $A_2$

من  $(C_f)$  ذات الفاصلة  $u_2$  و الترتيبة  $u_3 = f(u_2)$  أي  $A_2(u_2; u_3)$

- وهكذا.....

- نلاحظ أن  $(u_n)$  متزايدة و نلاحظ من الشكل أن الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  تقترب

من فاصلة تقاطع  $(C_1)$  مع المستقيم ذو المعادلة  $y = x$ . معناه فاصلة التقاطع هي جذر

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4 \text{ ومنه } x = 4 \text{ أي } f(x) = x \text{ أي } \frac{1}{2}x + 2 = x \text{ تكافئ ان}$$

**خاصية مهمة:**  $(u_n)$  متتالية معرفة بـ:  $u_{n+1} = f(u_n)$  - إذا كانت  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l$  و  $f$  مستمرة عند  $l$  فإن:  $l = f(l)$  حيث  $l$  هو جذر المعادلة  $f(x) = x$

مرحلة التقويم  
و الإستثمار

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = -\frac{1}{3}u_n^2 + 2u_n \end{cases} \text{ تطبيق 1: متتالية معرفة كما يلي:}$$

1. أحسب  $u_1$  و  $u_2$

2. نرمز بـ  $f$  إلى الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x$

أ) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها

ب) برهن أنه إذا كان  $x \in [0; 3]$  فإن:  $f(x) \in [0; 3]$

3. إستنتج من السؤال الثاني أن:

أ) المتتالية  $(u_n)$  محدودة من الأعلى بـ 3 ب) المتتالية  $(u_n)$  متزايدة

4. إستنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها.

تطبيق 2:

$$f(x) = \frac{x-1}{\ln(x-1)} + 1 : \text{ بـ } I = ]e+1; +\infty[ \text{ المجال}$$

1. أ) عين إتجاه تغير الدالة  $f$  ب) عين نهاية  $f$  على أطراف المجال  $I$

ج) برهن أنه إذا كان  $x > e+1$  فإن  $f(x) > e+1$

$$\begin{cases} u_0 = e^2 + 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \text{ 2. نعرف المتتالية } (u_n) \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ بـ}$$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون  $u_n > e+1$

ب) برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة

ج) إستنتج أن  $(u_n)$  متقاربة نحو عدد حقيقي  $l$  يطلب تعيينه