المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول -		بطاقة رقم: 06/ 62	الأستاذ: شدانـي عبد المالك
الحصة	تحليل	التاريخ	مارس 2016
المحور	المتتاليات العددية	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	تقارب متتالية عددية	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	دراسة سلوك و نهاية متتالية	المعارف المكتسبة	
الوسائل البداغوجية	السبورة، المسطرة	المراجع	الكتاب المدرسي، كتاب الأستاذ

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
نشاط إستكشافي	**نشاط:**	
صياغة الكفاءة	(see below)	

أ/نهاية متتالية عددية:

النتائج المتعلقة بنهايات الدوال تبقى صحيحة مع المتتاليات في مثل الحالة التالية:

تعريف: (u_n) متتالية عددية معرفة بالعلاقة: $u_n=f(n)$ حيث f دالة عددية معرفة على مجال من الشكل $]\alpha;+\infty[$ و α عدد حقيقي.

-إذا كانت $\lim\limits_{n\to+\infty} f(x)=\ell$ فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\ell$

-إذا كانت $\lim\limits_{n\to+\infty} f(x)=+\infty$ فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$

-إذا كانت $\lim\limits_{n\to+\infty} f(x)=-\infty$ فإن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\infty$

مثال: (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_n=\sqrt{\dfrac{2n+1}{n}}$، عين نهاية هذه المتتالية.

الحل: المتتالية (u_n)من الشكل $f(u_n)$ حيث: $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x+1}{x}}$ المعرفة على $[0;+\infty[$.

و بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\sqrt{2}$ و عليه المتتالية (u_n) لها نفس النهاية مع الدالة المرفقة لها أي $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\sqrt{2}$

ملاحظة: العكس غير صحيح :

مثال: لتكن الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=\dfrac{x\cos(2\pi x)}{x+1}$ ، الدالة المرفقة بالمتتالية(u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$u_n=\dfrac{n}{n+1}$

نلاحظ فعلا بأن $\dfrac{n}{n+1}=\dfrac{n\cos(2\pi n)}{n+1}=u_n=f(n)$ حيث أن من أجل كل عدد طبيعي n: $\cos(2\pi n)=1$. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$ (نطبق النظريات على النهايات) و

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ غير موجودة

ب/ تقارب متتالية عددية:

نقول عن متتالية عددية(u_n) أنها متقاربة إذا إذا كانت $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\ell}$ حيث ℓ عدد حقيقي

	-مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{-3x+5}$. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، ثم إستنتج طبيعة المتتالية المرفقة بها الحل: لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\dfrac{2}{3}$، و عليه المتتالية (u_n) لها نفس النهاية مع الدالة المرفقة لها أي $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=-\dfrac{2}{3}$ ومنه المتتالية (u_n) متقاربة.	
مرحلة التقويم و الإستثمار	التمرين1: (u_n)متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n $\begin{cases} u_0=e^3 \\ u_{n+1}=e\sqrt{u_n} \end{cases}$، (v_n) متتالية معرفة من أجل كل nب: $v_n=\ln(u_n)-2$ 1. بين أن المتتالية (v_n)هندسية معينا حدها الأول v_0 وأساسها r 2. إستنتج عبارة v_n و $\ln(u_n)$ بدلالة n 3. ما هي نهاية (v_n)؟ ثم إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة نحو e^2 4. نضع $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ و $P_n=u_0\times u_1\times\ldots\times u_n$، بين $P_n=e^{S_n+2(n+1)}$ الحل: 1/ تبيان أن (v_n) هندسية: معناه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_{n+1}=q\times v_n$ ، لدينا: $v_{n+1}=\ln(u_{n+1})-2=\ln(e\sqrt{u_n})-2=\ln(e)+\ln(\sqrt{u_n})-2=\dfrac{1}{2}[\ln(u_n)-2]=\dfrac{1}{2}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{2}$ 2/إستنتاج عبارة v_n و u_n بدلالة n: $v_n=v_0\times q^n$، لدينا $v_0=\ln(u_0)-2=\ln(e^3)-2=1$ ومنه $\boxed{v_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}$ - لدينا $v_n=\ln(u_n)-2$ ومنه $u_n=e^{v_n+2}$ عليه $\boxed{u_n=e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n+2}}$ 3/ $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left[\dfrac{1}{2}\right]^n=0$ ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty} e^{v_n+2}=e^{\lim\limits_{n\to+\infty} v_n+2}=e^2$ 4/لدينا: $P_n=u_1\times u_2\times\ldots\times u_n=e^{v_0+2}\times e^{v_1+2}\times\ldots\times e^{v_n+2}=e^{v_1+v_2+\ldots+v_n+2(n+1)}=e^{S_n+2(n+1)}$	

ملاحظات حول سير الحصة: --