المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة: – التعرف على اتجاه تغير متتالية عددية .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: التذكير بمكتسبات السنة الماضية . **تذكير حول المتتاليات العددية :** **تعريف:** متتالية عددية u هي دالة ترفق بكل عدد طبيعي $n \geqslant n_0$ العدد $u(n)$ حيث : n_0 عدد طبيعي معطى . **ملاحظة:** ⋆ نرمز لصورة n بالمتتالية u بالرمز : u_n بدلا من $u(n)$ و يسمى الحد العام للمتتالية	5 د	
بناء المفاهيم:	**طرق توليد متتالية عددية :** $(u_n)_{n\geqslant n_0}$ متتالية عددية مع : n_0 عدد طبيعي معطى . • إذا أعطيت عبارة من الشكل $u_n = f(n)$ حيث f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$. نقول إن $(u_n)_{n\geqslant n_0}$ معرفة بحدها العام بدلالة n • إذا أعطيت عبارة من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$ و قيمة u_{n_0} حيث f دالة معرفة على مجال D و تأخذ قيمها في D و $u_{n_0} \in D$. نقول إن $(u_n)_{n\geqslant n_0}$ معرفة بعلاقة تراجعية . **أمثلة :** ⋆ (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها العام : $u_n = 2n+1$ ⋆ (u_n) متتالية معرفة بعلاقة تراجعية كما يلي : حدها الأول $u_0 = 5$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{1}{2}$	10 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**اتجاه تغير متتالية عددية :** من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتالية العددية (u_n) . $\star$ (u_n) متزايدة تماما (متزايدة على الترتيب) يعني من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n>0$ ، ($u_{n+1}-u_n\geq 0$ على الترتيب) $\star$ (u_n) متناقصة تماما (متناقصة على الترتيب) يعني من أجل كل n من $\mathbb{N}$ $u_{n+1}-u_n<0$ ، ($u_{n+1}-u_n\leq 0$ على الترتيب) $\star$ (u_n) متتالية ثابتة على $\mathbb{N}$ يعني من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=0$ طريقة: لدراسة اتجاه تغير متتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ يمكن : • دراسة إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$ • إذا كانت حدود المتتالية موجبة تماما نقارن $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ بالعدد 1 • دراسة اتجاه تغير الدالة f على $[0;+\infty[$ في حالة $u_n=f(n)$	10 د	
تقويم	**تمرين تطبيقي :** ادرس اتجاه تغير المتتاليات التالية : ① من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=n^2-n$ ② (u_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=u_n-\dfrac{1}{(u_n)^2}$ ③ (u_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي $n\in\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=5\times 3^n$ ④ من أجل كل عدد طبيعي $n\in\mathbb{N}^*$: $u_n=\sqrt{n-1}$	35 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

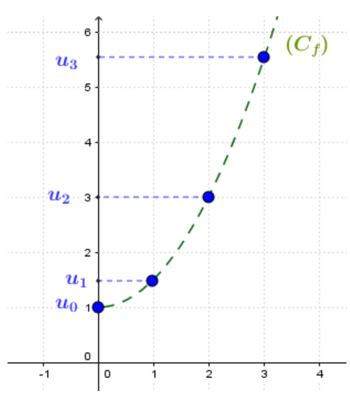
المؤسسة: سليماني جلول　　　الأستاذ: بلبحري كمال　　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة: – استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك و نهاية متتالية .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق: بناء المفاهيم:	⋆ التهيئة النفسية: **التمثيل البياني لمتتالية عددية :** ❶ حالة الحد العام : **تعريف:** (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي $n \geq n_0$. التمثيل البياني للمتتالية (u_n) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ هو مجموعة النقط $M(n;u_n)$ حيث : $n \geq n_0$ **مثال: (تمثيل متتالية معرفة بالحد العام)**  ⋆ (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = \frac{1}{2}n^2+1$ f الدالة المرفقة بالمتتالية (u_n) و المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}x^2+1$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ❷ حالة علاقة تراجعية : **تعريف:** لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول u_0 و العلاقة التراجعية $u_{n+1}=f(u_n)$ حيث : f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ مجموعة النقط $M(u_n;u_{n+1})$ هي التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم للمتتالية .	15 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات

طريقة: لتمثيل المتتالية (u_n) بيانيا :

- ننشيء (C_f) التمثيل البياني للدالة f المرفقة بالمتتالية (u_n) ثم ننشيء المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$
- التمثيل البياني هو مجموعة النقط $M(u_n; u_{n+1})$
- النقطة $M_0(u_0; u_1)$ هي أول نقطة نحصل عليها .
- نسقط M_0 على (Δ) وفق (ox) ثم نسقط النقطة المحصل عليها على (C_f) وفق (oy) و بهذا نحصل على النقطة $M_1(u_1; u_2)$
- نكرر العملية للحصول على M_2 ، M_3 إلى آخره .

20 د

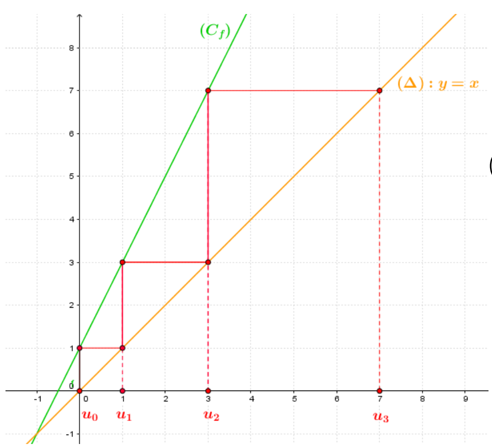
مثال: (تمثيل متتالية معرفة بعلاقة تراجعية)

بناء المفاهيم:

⋆ لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 0$ و من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = 2u_n + 1$

⋆ نمثل بيانيا المتتالية (u_n) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$:

ليكن (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المرفقة بالمتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x + 1$ ، و ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$.



- نمثل أول نقطة $M_0(0; 1)$
- نسقط M_0 على (Δ) وفق (ox) ثم نسقط النقطة المحصل عليها على (C_f) وفق (oy) و بهذا نحصل على النقطة $M_1(u_1; u_2)$ أي : $M_1(1; 3)$
- نكرر العملية للحصول على M_2 ، M_3 إلى آخره .

25 د

تمرين تطبيقي : في كل حالة مثل بيانيا المتتالية (u_n) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$:

تقويم

① (u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{2 + u_n}{u_n}$$

② (u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = -1$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n}$$

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول الأستاذ: بلبحري كمال المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة: - دراسة متتاليات حسابية و هندسية .

- سير الحصة

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)</th><th>المدة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>الإنطلاق:

بناء المفاهيم:</td><td>
⋆ التهيئة النفسية:

المتتاليات الحسابية والهندسية (تذكير) :

المتتاليات الحسابية والهندسية :

المتتاليات الحسابية :
الملاقة التراجمية :
✍ من أجل n عدد طبيعي و r عدد حقيقي ثابت :
$u_{n+1} = u_n + r$
الحد العام :
✍ (u_n) متتالية عددية حدها الأول u_0 لدينا :
$u_n = u_0 + nr$
✍ (u_n) متتالية عددية حدها الأول u_1 لدينا :
$u_n = u_1 + (n-1)r$
الملاقة بين حدين :
✍ n و p عددان طبيعيان مع : $n \geq p$ لدينا :
$u_n = u_p + (n-p)r$
مجموع حدود متتابعة :
$S = \text{عدد الحدود} \times \frac{\text{الحد الأول} + \text{الحد الأخير}}{2}$
حيث :
عدد الحدود = دليل الحد الأخير - دليل الحد الأول + 1
تطبيق :
$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = (n+1)(\frac{u_0 + u_n}{2})$

المتتاليات الهندسية :
الملاقة التراجمية :
✍ من أجل n عدد طبيعي و r عدد حقيقي ثابت :
$u_{n+1} = qu_n$
الحد العام :
✍ (u_n) متتالية عددية حدها الأول u_0 لدينا :
$u_n = u_0 \times q^n$
✍ (u_n) متتالية عددية حدها الأول u_1 لدينا :
$u_n = u_1 \times q^{n-1}$
الملاقة بين حدين :
✍ n و p عددان طبيعيان مع : $n \geq p$ لدينا :
$u_n = u_p \times q^{n-p}$
مجموع حدود متتابعة :
$S = \text{الحد الأول} \times \frac{1 - q^{\text{عدد الحدود}}}{1-q}$
حيث :
عدد الحدود = دليل الحد الأخير - دليل الحد الأول + 1
تطبيق :
$S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_0 . \frac{1 - q^{n+1}}{1-q}$

تمرين تطبيقي «①» :
① (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r حيث : $u_3 = 8$ و $u_7 = 20$
ـ أكتب عبارة u_n بدلالة n .
② (u_n) متتالية حسابية حدها الأول $u_1 = -4$ و أساسها $r = 2$
ـ أكتب عبارة u_n بدلالة n .
</td><td>15 د

10 د</td><td></td></tr>
</table>

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**تمرين تطبيقي «②» :** (v_n) متتالية معرفة بـ $v_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1} = \dfrac{v_n}{v_n + 1}$ و (u_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_n = \dfrac{1}{v_n}$ ① بين أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . ② أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n . ③ احسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$ **تمرين تطبيقي «③» :** ① (v_n) متتالية هندسية حدها الأول v_0 و أساسها q حيث : $v_2 = 4$ و $v_5 = 32$ ـ أكتب عبارة v_n بدلالة n . ② (v_n) متتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $r = \frac{1}{3}$ ـ أكتب عبارة v_n بدلالة n . **تمرين تطبيقي «④» :** (u_n) متتالية معرفة بـ $u_0 = 14$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 4u_n + 3$ و (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n + 1$ ① بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول . ② أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n . ③ احسب بدلالة n المجموعين : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$ و $S'_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + ... + u_n^2$	35 د	
تقويم	حل التمرين 05 و 11 صفحة 24 حل التمرين 49 و 51 صفحة 27		

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة:سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات
المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية
المحتوى المعرفي : المتتاليات العددية
الكفاءات المستهدفة: – إثبات خاصية بالتراجع .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية: **الاستدلال بالتراجع :** نشاط: نريد البرهان على المتباينة التالية : $(1+x)^n \geq 1+nx$ (متباينة برنولي) حيث : x عدد حقيقي موجب تماما و n عدد طبيعي غير معدوم . ❶ بين أن المتباينة محققة من أجل $n=1$ ❷ نفرض أن المتباينة السابقة صحيحة ، برهن أن : $(1+x)^{n+1} \geq 1+(1+n)x$ ❸ ماذا تستنتج ؟ فكرة الاستدلال بالتراجع : ⋆ لنتخيل أنه لدينا سلم ، إذا علمنا كيف نصعد الدرجة الأولى و إذا علمنا كيفية الصعود من أي درجة إلى الدرجة الموالية تتقبل بديهيا بأنه يمكننا الوصول إلى أي درجة موجودة بعد الدرجة الأولى التي صعدناها .	20 د	مناقشة النشاط من طرف التلاميذ
بناء المفاهيم:	مبدأ الاستدلال بالتراجع: $p(n)$ خاصية (قضية ، مشكلة ...) متعلقة بالعدد الطبيعي n ، n_0 عدد طبيعي . للبرهان على صحة الخاصية $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي n أكبر من أو يساوي n_0 نتبع ما يلي : ❶ تتحقق من صحة الخاصية $p(n)$ من أجل العدد الطبيعي n_0 ❷ نفرض أن الخاصية $p(n)$ صحيحة من أجل n أكبر من أو يساوي n_0 و نبرهن صحة الخاصية من أجل $n+1$ أي $p(n+1)$ ملاحظة : ⋆ البرهان بالتراجع هو نمط من أنماط البرهان يستعمل في البرهنة على خاصية تتعلق بعدد طبيعي n	20 د	

المراحل	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم:	**مثال 1:** (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq \frac{2}{3}$ **مثال 2:** أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2^{3n} - 1$ مضاعف للعدد 7 **مثال 3:** أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}$	30 د	
تقويم	**تمرين تطبيقي :** (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{12 + u_n}$ ① تحقق أن الحدود u_1 ، u_2 و u_3 تنتمي إلى المجال $[0;4[$ ② برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n < 4$ ③ أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) حل التمرين 15 و 19 صفحة 25 حل التمرين 89 و 91 صفحة 31	40 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　الأستاذ: بلبحري كمال　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة: – دراسة سلوك و نهاية متتالية عددية .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**المتتالية المحدودة :** متتالية محدودة من الأعلى - محدودة من الأسفل - متتالية محدودة : **تعريف:** (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$. ⋆ نقول إن المتتالية (u_n) محدودة من الأعلى معناه وجود عدد حقيقي M حيث : $u_n \leq M$ و يسمى M : عنصرا حادا من الأعلى . ⋆ نقول إن المتتالية (u_n) محدودة من الأسفل معناه وجود عدد حقيقي m حيث : $u_n \geq m$ و يسمى m : عنصرا حادا من الأسفل . ⋆ نقول إن المتتالية (u_n) محدودة يعني أنها محدودة من الأعلى و محدودة من الأسفل **طريقة:** (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$. لإثبات أن (u_n) متتالية محدودة من الأعلى بعدد حقيقي M (أو محدودة من الأسفل بعدد حقيقي m) نتبع إحدى الطرق التالية : • استعمال الاستدلال بالتراجع لإثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq M$ (أو لإثبات $u_n \geq m$) • المقارنة بين u_n و M (أو u_n و m) بدراسة إشارة $u_n - M$ (أو $u_n - m$) • إذا كانت $u_n = f(n)$ ندرس تغيرات الدالة f على $[0;+\infty[$	20 د	
	تمرين تطبيقي «①» : (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $$u_{n+1} = \sqrt{2+u_n}$$ - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 2$	15 د	

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم: تقويم	**تمرين تطبيقي «②» :** (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = \dfrac{2n^2+1}{n^2+4}$ ـ احسب الفرق $u_n - 2$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) محدودة من الأعلى . **تمرين تطبيقي «③» :** (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n = \dfrac{n^2+1}{n}$ ـ أثبت أن المتتالية (u_n) محدودة من الأسفل . حل التمرين 33و36صفحة 26 حل التمرين 129و130صفحة 36	25 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة: – دراسة سلوك و نهاية متتالية عددية .

– سير الحصة

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
الإنطلاق:	⋆ التهيئة النفسية:		
بناء المفاهيم:	**تقارب متتالية عددية :** نهاية متتالية عددية : تعريف: (u_n) متتالية عددية و l عدد حقيقي . نقول إن المتتالية (u_n) متقاربة نحو العدد الحقيقي l أو إنها تقبل l نهاية لها عندما يأول n إلى $+\infty$ إذا و فقط إذا كان كل مجال مفتوح يشمل l يشمل أيضا كل حدود المتتالية (u_n) ابتداء من رتبة معينة . و نكتب : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ **ملاحظات:** ⋆ تبقى المبرهنات الأولية لحساب نهاية دالة عددية صحيحة لحساب نهاية متتالية عددية عند $+\infty$ ⋆ إذا كانت (u_n) متتالية متقاربة فإن نهايتها وحيدة . ⋆ إذا كانت (u_n) متتالية غير متقاربة فهي متباعدة (نهايتها غير متهية أو غير موجودة) تذكير: (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_n = f(n)$ حيث : f دالة معرفة على مجال من الشكل $[\alpha;+\infty[$ مع : α عدد حقيقي . • إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = l$ فإن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ • إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ فإن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ • إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ فإن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ **مثال :** ⋆ (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = \frac{2n}{n+1}$ المتتالية (u_n) من الشكل $u_n = f(n)$ حيث f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$ إذن : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$	20 د	

ملاحظات	المدة	السير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المراحل
	20 د	**مبرهنة: تقبل بدون برهان** ⋆ إذا كانت (u_n) متتالية متزايدة و محدودة من الأعلى فإنها متقاربة . ⋆ إذا كانت (u_n) متتالية متناقصة و محدودة من الأسفل فإنها متقاربة . **تمرين تطبيقي :** (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $$u_{n+1} = \frac{u_n}{2+u_n^2}$$ ① برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$ ② استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ③ هل المتتالية (u_n) متقاربة ؟ برر .	بناء المفاهيم:
		نهاية متتالية معرفة بعلاقة تراجعية : (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول u_{n_0} و $u_{n+1} = f(u_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n حيث f دالة معرفة على مجال I و تأخذ قيمها في I و $u_{n_0} \in I$. • إذا كانت (u_n) متقاربة نحو العدد الحقيقي l و كانت f دالة مستمرة فإن : نهايتها l تحقق $f(l) = l$	
	20 د	**تمرين تطبيقي :** (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $$u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n^2+1)$$ ① بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq 1$ ② أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة . ③ استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة ، ثم احسب نهايتها .	
		حل التمرين 28 و 29 صفحة 25 حل التمرين 123 و 124 صفحة 35	تقويم

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول　　الأستاذ: بلبحري كمال　　المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة: – معرفة و استعمال مفهوم متتاليتين متجاورتين .

– سير الحصة

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)</th><th>المدة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>الإنطلاق:

بناء المفاهيم:

تقويم</td><td>⋆ التهيئة النفسية:

المتتاليتان المتجاورتان :

تعريف: تكون متتاليتان عدديتان متجاورتين إذا و فقط إذا كانت إحداهما متزايدة و الأخرى متناقصة ، و الفرق بينهما يأول إلى الصفر .

خاصية: إذا كانت متتاليتان متجاورتين فإنهما متقاربتان و لهما نفس النهاية .

مثال :
(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ:
$u_n = \dfrac{-1}{2n+4}$ و $v_n = \dfrac{1}{n+1}$
ـ أثبت أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان ثم احسب نهايتهما المشتركة .

تمرين تطبيقي :
لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتين معرفتين كما يلي :
$\begin{cases} u_0 = 12 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases}$
نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_n - v_n$ و $t_n = 3u_n + 8v_n$
① أثبت أن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
ـ أكتب w_n بدلالة n . ماهي نهايتها ؟
② أثبت أن المتتالية (t_n) متتالية ثابتة . ما هي نهايتها ؟
③ أثبت أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان .
④ استنتج نهاية u_n و نهاية v_n

حل التمرين 39و40صفحة 26
حل التمرين 135و137صفحة 37</td><td>

20 د

40 د</td><td></td></tr>
</table>

ملاحظات عامة حول الحصة: ....

المؤسسة: سليماني جلول — الأستاذ: بلبحري كمال — المادة : رياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المعرفي : المتتاليات العددية

الكفاءات المستهدفة: - حل مسائل في المتتاليات العددية .

- سير الحصة

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)</th><th>المدة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>الإنطلاق:

بناء المفاهيم:</td><td>

⋆ التهيئة النفسية:

تطبيقات :

تمرين تطبيقي : (بكالوريا 2015 ع ت)

I f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{4x+1}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1 عين اتجاه تغير الدالة f على $[0;+\infty[$

2 ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذي المعادلة $y=x$

3 مثل (C_f) و (D) على المجال $[0;6]$

II نعتبر المتتاليتين (u_n) و (V_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ :

$\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ و $\begin{cases} V_0=5 \\ V_{n+1}=f(V_n)\end{cases}$

$a.1$ أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

و الحدود V_0 ، V_1 ، V_2 و V_3 دون حسابها

b خمن اتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين (u_n) و (V_n)

$a.2$ أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2\le u_n<\alpha$ و $\alpha<V_n\le 5$ حيث : $\alpha=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$

b استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (V_n)

$a.3$ أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$:

$$V_{n+1}-u_{n+1}\le\frac{1}{3}(V_n-u_n)$$

b بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0<V_n-u_n\le(\frac{1}{3})^{n-1}$

c استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_n-u_n)=0$ ، ثم حدد نهاية كل من (u_n) و (V_n)

</td><td>60 د</td><td></td></tr>
</table>

المراحل	التسيير (الأنشطة المرافقة لكل مرحلة)	المدة	ملاحظات
بناء المفاهيم	حل مختصر : $\boxed{I}$ ① تعيين اتجاه تغير f : f قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}$ و منه : f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$. ② وضعية (C_f) و (D) : $f(x)-x=\dfrac{-x^2+3x+1}{(x+1)^2}$ و ندرس إشارة البسط . $\boxed{II}$ ① إنشاء الحدود على محور الفواصل . ② البرهان بالتراجع (نستعمل كون f متزايدة تماما) ③ استنتاج اتجاه تغير (u_n) و (v_n) : ⋆ لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;\alpha[$: $f(x)-x>0$ و بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2\leq u_n<\alpha$ فإن : $f(u_n)-u_n>0$ أي $u_{n+1}-u_n>0$. و عليه : المتتالية (u_n) متزايدة . ⋆ لدينا من أجل كل عدد حقيقي x من $]\alpha;+\infty[$: $f(x)-x<0$ و بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\alpha<v_n\leq 5$ فإن : $f(v_n)-v_n<0$ أي $v_{n+1}-v_n<0$ و عليه : المتتالية (v_n) متناقصة . ④ a ـ تبيان أن : $v_{n+1}-u_{n+1}\leq\frac{1}{3}(v_n-u_n)$ $v_{n+1}-u_{n+1}=\dfrac{3(v_n-u_n)}{(v_n+1)(u_n+1)}$ لدينا من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 2$ و منه : $u_n+1\geq 3$ و $v_n\geq 2$ ($\alpha<v_n\leq 5$) و منه : $v_n+1\geq 3$ إذن : $(v_n+1)(u_n+1)\geq 9$ و منه: $\dfrac{3}{(v_n+1)(u_n+1)}\leq\dfrac{1}{3}$ بمّا أن من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n>u_n$ فإن : $\dfrac{3(v_n-u_n)}{(v_n+1)(u_n+1)}\leq\dfrac{1}{3}(v_n-u_n)$. b ـ تبيان أن $0<v_n-u_n\leq(\frac{1}{3})^{n-1}$: نستعمل البرهان بالتراجع (نوظف السؤال السابق) c ـ بما أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}(\frac{1}{3})^{n-1}=0$ حسب مبرهنة الحصر : $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n-u_n)=0$ • المتتاليتان (u_n) و (v_n) متجاورتان إذن فهما متقاربتان و لهما نفس النهاية و هي حل المعادلة $f(x)=x$ أي : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}v_n=\alpha$		
تقويم	حل التمرين السابع بكالوريا 2016 ع ت الموضوع الثاني	60 د	

ملاحظات عامة حول الحصة: ....