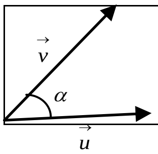
المؤسسة: ثانوية خالص سليمان -بشلول-		**بطاقة رقم:** 37/01	**الأستاذ:** شداني عبد المالك
الحصة	هندسة	**التاريخ**	نوفمبر 2015
المحور	الجداء السلمي و تطبيقاته	**القسم**	3 علوم تجريبية
الموضوع	الجداء السلمي في المستوي	**المدة**	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين، تعامد مستويين، تعامد مستقيم و مستوي	**المعارف المكتسبة**	
الوسائل البداغوجية		**المراجع**	الكتاب المدرسي

سير الدرس	**مراحل الدرس**	**الزمن**
صياغة الكفاءة		

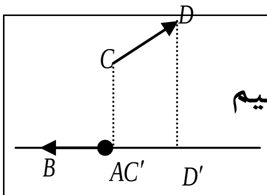
1) الجداء السلمي (تذكير في المستوى) :



تعريف: الجداء السلمي لشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو العدد الحقيقي الذي نرمز إليه بالرمز $\vec{u}\bullet\vec{v}$ والمعرف كما يلي: $\vec{u}\bullet\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|\times\cos(\vec{u},\vec{v})$

ملاحظات:

- $\vec{u}\bullet\vec{v}=0$ هذا يكافئ: $\vec{u}=0$ أو $\vec{v}=0$ أو الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدين أي: $\cos(\vec{u};\vec{v})=0$
- $\vec{u}^2=\vec{u}\times\vec{u}=\|\vec{u}\|^2$
- إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطان خطيا فإن: $\vec{u}\bullet\vec{v}=\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|$



خاصية: نعتبر في المستوي الشعاعين $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{CD}$، و ليكن C' و D' المسقطان العموديان للنقط C و D على المستقيم (AB) على الترتيب. فإن: $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{C'D'}$

العبارة التحليلية للجداء السلمي في المستوي: المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، إذا كان $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ فإن: $\vec{u}\bullet\vec{v}=xx'+yy'$

أمثلة: نعتبر $\vec{u}(2;-3)$ و $\vec{v}(-1;4)$ و $\vec{w}\left(\sqrt{2};\frac{2}{3}\right)$

لدينا: $\vec{u}\bullet\vec{v}=2\times(-1)+(-3)\times4=-14$، $\vec{u}\bullet\vec{w}=2\times\sqrt{2}+(-3)\times\frac{2}{3}=2\sqrt{2}-2$

التعامد: يكون الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ من المستوى متعامدين إذا وفقط إذا كان $\vec{u}\bullet\vec{v}=0$

إذا كان $\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$ فإن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان يكافئ $xx'+yy'=0$

مثال: حدد قيمة α لكي يكون الشعاعين $\vec{u}(3;-1+\alpha)$ و $\vec{v}(2-\alpha;5)$ متعامدين

الحل: $\vec{u}\perp\vec{v}$ معناه: $3\times(2-\alpha)+(-1+\alpha)\times5=0$ أي: $\alpha=-\frac{1}{2}$

طويلة شعاع: **خاصية:** إذا كان $\vec{u}(x;y)$ فإن طويلة الشعاع $\vec{u}$ هي: $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2}$

مثال: طويلة الأشعة التالية $\vec{u}(3;4)$ ، $\vec{v}\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ، $\vec{w}(1;3)$ هي:

$\|\vec{u}\|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=\sqrt{9+16}=5$، $\|\vec{w}\|=\sqrt{1^2+3^3}=\sqrt{10}$

2) تطبيقات الجداء السلمي:

في كل ما يلي نعتبر المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

المسافة بين نقطتين: لتكن $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ نقطتان من المستوي،لدينا:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

مثال: لنحسب المسافة AB حيث: $A(-1;1)$ و $B(4;3)$

الحل: $AB=\sqrt{(4+1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{25+4}=\sqrt{29}$

تمرين: نعتبر النقط: $A(-3;-1)$ و $B(1;1)$ و $B(-5;3)$. بين أن المثلث ABC قائم الزاوية و متساوي الساقين

صيغة $\cos(\alpha)$: ليكن $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ شعاعين غير معدومين و α قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u},\vec{v})$، فإن :

$$\cos(\alpha)=\frac{\vec{u}\bullet\vec{v}}{\|\vec{u}\|\times\|\vec{v}\|}=\frac{xx'+yy'}{\sqrt{x^2+y^2}\times\sqrt{x'^2+y'^2}}$$

مثال1: نعتبر النقط $A(5;0)$ و $B(2;1)$ و $C(6;3)$، أحسب : $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AB}\right)$ و استنتج قياسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

مثال2: نعتبر النقط $A(1;1)$ و $B\left(2+\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$ و $C(6;-4)$

أحسب AB و AC و $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$، أحسب $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$

المسافة بين نقطة و مستقيم

(Δ) مستقيم معادلته $ax+by+c=0$ ، $A(x_0,y_0)$ نقطة لا تنتمي إلى (Δ) المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) هي

$$d(A,(\Delta))=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

مثال: أوجد عبارة المستقيم (Δ) الذي يشمـــل النقطة $A(1;3)$ و $\vec{u}(2;-1)$ ، ثم أحسب المسافة بين النقطة $B(0;2)$ والمستقيم (Δ).

شرط تعامد مستقيمين:

(Δ) و (Δ') مستقيمان من المستوي معادلاتهما على التوالي: $ax+by+c=0$ و $a'x+b'y+c'=0$

شرط تعامد المستقيمين (Δ) و (Δ') هو: $aa'+bb'=0$

شرط توازي المستقيمين (Δ) و (Δ') هو: $ab'-a'b=0$

ملاحظة: إذا كان $(\Delta):y=ax+b$ و $(\Delta):y=a'x+b'$ فإن شرط تعامد المستقيمين (Δ) و (Δ') هو: $a\times a'=-1$ و شرط توازي المستقيمين (Δ) و (Δ') هو: $a=a'$

أمثلة:

ملاحظات حول سير الحصة:...