

المحصة	هندسة	التاريخ	نوفمبر 2015
المحور	المستقيمت والمستويات في الفضاء	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	<b>الوضع النسبي بين المستقيمت والمستويات</b>	المدة	ساعتين
الكفاءات المستهدفة	دراسة الوضع النسبي بين مستقيمتين دراسة الوضع النسبي بين مستقيمتين ومستوي	المعارف المكتسبة	
الوسائل البداغوجية		المراجع	الكتاب المدرسي

سير الدرس	مراحل الدرس	الزمن
-----------	-------------	-------

### تقاطع المستقيمت والمستويات

(P) و (P') مستويان،  $\vec{n}$  و  $\vec{n}'$  ناظميان لهما على الترتيب (D) و (D') مستقيمتين موجهان بالشعاعين  $\vec{u}$  و  $\vec{u}'$  على الترتيب

من مستويين مختلفين	من نفس المستوي		
	متوازيين		متقاطعين
	متوازيين	متوازيين تماما	
<b>التقاطع خال</b>	<b>التقاطع مستقيم</b>	<b>التقاطع خال</b>	<b>التقاطع نقطة</b>

**تقاطع مستقيمتين:** يمكن للمستقيمتين (D) و (D') أن يكونا

**منهجية وطريقة:** ليكن  $\vec{u}$  و  $\vec{u}'$  شعاعا توجيه المستقيمتين (D) و (D') على الترتيب

- إذا كان  $\vec{u}$  و  $\vec{u}'$  مرتبطين خطيا فإن (D) و (D') متوازيان، لدينا حالتين:  
أ- النقطة A من (P)، إذا كانت A تنتمي إلى (D') فإن (D) و (D') متوازيان  
ب- إذا كانت A لا تنتمي إلى (D') فإن (D) و (D') متوازيان
- إذا كان  $\vec{u}$  و  $\vec{u}'$  غير مرتبطين خطيا فإن (D) و (D') متقاطعان في نقطة **أولا** ينتميان إلى نفس المستوي

**تمرين 1:** لتكن المستقيمت (D<sub>1</sub>)، (D<sub>2</sub>) و (D<sub>3</sub>) المعينة بتمثيلاتها الوسيطية:

$$(D_3): \begin{cases} x = -7 + 7k \\ y = 4 - 3k \\ z = -1 + 2k \end{cases}, (k \in \mathbb{R}) \quad (D_2): \begin{cases} x = 1 + m \\ y = -1 - 2m \\ z = 3 + m \end{cases}, (m \in \mathbb{R}) \quad (D_1): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

عين تقاطع كل من المستقيمت: (D<sub>1</sub>) ∩ (D<sub>2</sub>) و (D<sub>2</sub>) ∩ (D<sub>3</sub>) و (D<sub>1</sub>) ∩ (D<sub>3</sub>)

**تقاطع مستقيم ومستوي:** نلخص الوضعيات فيما يلي

(D) يقطع (P)	(D) يوازي (P)	
	(D) محتوفا في (P)	(D) يوازي (P) - تقاطع خال

**منهجية وطريقة:** ليكن  $\vec{u}$  شعاع توجيه للمستقيم (D) و  $\vec{n}$  شعاعا ناظميا

للمستوي (P)

1- إذا كان  $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$  فإن (D) و (P) متوازيان

أنعين النقطة A من (D)، إذا كانت A تنتمي إلى (P) فإن (D) محتوي في (P)  
بإذا كانت A لا تنتمي إلى (P) فإن (D) و (P) متوازيان تماما

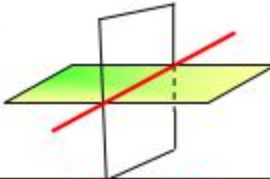
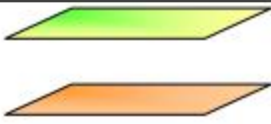

2- إذا كان  $\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$  فإن (D) و (P) متقاطعان في نقطة، نعوض بالإحداثيات  
الوسيطية للمستقيم (D) في معادلة المستوي (P) فنحصل على قيمة للوسيط تسمح  
لنا بتعيين إحداثيات نقطة التقاطع

**تمرين 2:** ليكن المستوي (P) ذو المعادلة  $x - y + z = 5$  والمستقيمان (D) و (D') حيث:

$$(D) : \begin{cases} x = -8 + 2t \\ y = -4 + t \\ z = 9 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}) \quad (D') : \begin{cases} x = -8 + 2k \\ y = 6 - k \\ z = 9 - k \end{cases}, (k \in \mathbb{R})$$

عين  $(D) \cap (P)$  و  $(D') \cap (P)$

**تقاطع مستويين:** الوضعيات الممكنة هي:

متوازيان		متقاطعان
تقاطع خالي	منطبقان	
		التقاطع مستقيم
التقاطع خال	التقاطع مستو	

**خاصية:** مستقيم في الفضاء معرف بجملته معادلتين ديكارتيتين لمستويين متقاطعين

**مثال:** بعض المستقيمات الخاصة:

1) حامل محور الفواصل  $(Ox) = (O; \vec{i})$  :  $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

2) حامل محور الترتيب  $(Oy) = (O; \vec{j})$  :  $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

3) حامل محور الارتفاع  $(Oz) = (O; \vec{k})$  :  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

**بكالوريا جوان 2010**

**مثال:** ليكن المستوي (P):  $x + y - 3z + 4 = 0$

1) عين نقاط تقاطع المستوي (P) مع: أ)  $(O; \vec{i})$  ب)  $(O; \vec{j})$  ج)  $(O; \vec{k})$

**طريقة:** ليكن  $\vec{n}$  و  $\vec{n}'$  شعاعين ناظميين على الترتيب للمستويين (P) و (P')

1- إذا كان  $\vec{n}$  و  $\vec{n}'$  مرتبطين خطيا فإن (P) و (P') متوازيان، لدينا حالتين:

أنعين النقطة A من (P)، إذا كانت A تنتمي إلى (P') فإن (P) و (P') منطبقان  
بإذا كانت A لا تنتمي إلى (P') فإن (P) و (P') متوازيان

2- إذا كان  $\vec{n}$  و  $\vec{n}'$  غير مرتبطين خطيا فإن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم

صياغة  
الكفاءة

مرحلة التقويم  
والإستثمار

صياغة  
الكفاءة

صياغة  
الكفاءة

مرحلة التقويم و  
الإستثمار

صياغة  
الكفاءة

نحل جملة معادلتى المستويين  $(P)$  و  $(P')$  ونعين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين

**تمرين 3:** نعتبر المستويات  $(P_1)$ ،  $(P_2)$ ، و  $(P_3)$  ذات المعادلات :

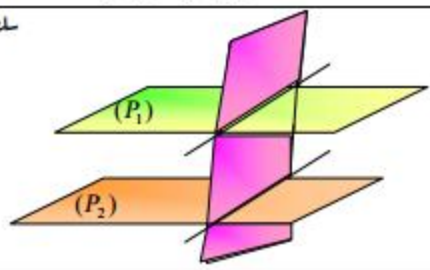
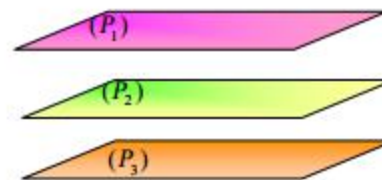
$$(P_3): -x - 3y + z + 2 = 0, (P_2): x + 4y + z - 3 = 0, (P_1): x + 3y - z + 1 = 0$$

أدرس تقاطع  $(P_1)$  و  $(P_2)$  ثم  $(P_1)$  و  $(P_3)$

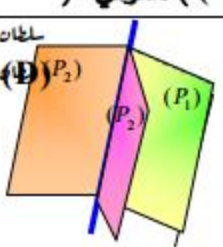
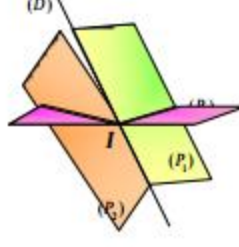
### تقاطع ثلاث مستويات :

$(P_1)$ ،  $(P_2)$ ،  $(P_3)$  ثلاث مستويات  $\vec{n}_1$ ،  $\vec{n}_2$ ،  $\vec{n}_3$  أشعة ناظمية لها.

1- الوضعية النسبية  $(P_1)$ ،  $(P_2)$  متوازيان

سقاطات متقاطعان $(P_1)$ ، $(P_3)$	سقاطات متوازيان $(P_1)$ ، $(P_3)$
	
سقاطات $(P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = \emptyset$	سقاطات $(P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = \emptyset$

2- الوضعية النسبية 1  $(P_1)$ ،  $(P_2)$  يتقاطعان وتقاطعهما المستقيم  $(D)$

سقاطات $(P_3)$ يوازي $(D)$	سقاطات $(P_3)$ لا يقطع $(D)$
	
سقاطات $(P_3)$ محتوي $(D)$	سقاطات $(P_3)$ يتقاطع حال $(D)$ يوازي $(D)$
سقاطات $(P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = (D)$	سقاطات $(P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = \emptyset$
سقاطات $(P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = \{I\}$	سقاطات $(P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = \emptyset$

### منهجية وطريقة:

1- إذا كان مستويان متوازيان تماما فإن :  $S = (P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = \emptyset$

2- إذا كان كل مستويين غير متوازيين، نعين مستقيم  $(D)$  تقاطع  $(P_1)$  و  $(P_2)$

لـ إذا كان :  $(D) \subset (P_3)$  فإن :  $S = (P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = (D)$

بـ إذا كان  $(D) \cap (P_3) = \{A\}$  فإن :  $S = (P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = \{A\}$

جـ إذا كان  $(D)$  و  $(P_3)$  متوازيين فإن  $S = (P_1) \cap (P_2) \cap (P_3) = \emptyset$

**تمرين 4:** نعتبر المستويات  $(P_1): x + y + z = 0$ ،  $(P_2): -2x + y - z + 5 = 0$  و

$(P_3): x - 5y - z - 10 = 0$ ، عين تقاطع المستويات  $(P_1) \cap (P_2) \cap (P_3)$

تمرين بكالوريا جوان 2014 مهم جدا

صياغة الكفاءة

صياغة الكفاءة

مرحلة التقويم و الإستثمار