

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلجيري كمال

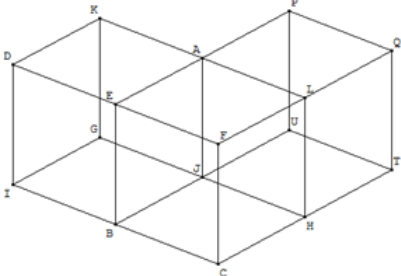
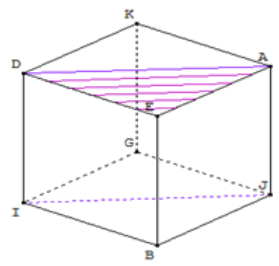
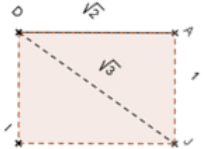
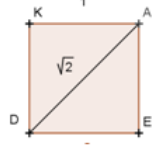
المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالث، علوم تجريبية

المحتوى المكروفي: الهندسة في الفضاء

الكفاءات المستهدفة: - حساب الجداء السلمي لشعاعين في الفضاء .

- سير الحصة

الملاحظات	المعدة	التنبيه (الأنشطة المرادولة لكل مرحلة)	المرادج
		<p>* <b>التهيئة النفسية:</b> التذكير بالجداء السلمي في المستوي .  <b>نشاط:</b> ( من المستوي إلى الفضاء )</p>  <p>الشكل المقابل يمثل ثلاث مكعبات جنبا إلى جنب حيث طول حرف كل مكعب يساوي 1  - نريد حساب الجداء السلمي : <math>\vec{DQ} \cdot \vec{DJ}</math></p> <p>1 باستعمال شكل مناسب في المستوي احسب الجداء السلمي : <math>\vec{DQ} \cdot \vec{DJ}</math>  2 ينسب المستوي إلى معلم متعامد و متجانس .  و ليكن الشعاعين <math>\vec{u}(x; y)</math> و <math>\vec{v}(x'; y')</math>  - أكمل المساواة التالية : <math>\vec{u} \cdot \vec{v} = \dots</math>  3 نبين في ماييلي أن المساواة السابقة تبقى صحيحة في الفضاء  ليكن المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(J; \vec{JB}; \vec{JH}; \vec{JA})</math> .  و نعتبر الشعاعين <math>\vec{DQ}(x; y; z)</math> و <math>\vec{DJ}(x'; y'; z')</math>  - عين إحداثيات النقط <math>J</math> ، <math>D</math> و <math>Q</math>  - استنتج مركبات الشعاعين <math>\vec{DQ}</math> و <math>\vec{DJ}</math>  4 احسب <math>xx' + yy' + zz'</math> . ماذا تستنتج ؟  <b>مناقشة النشاط:</b>  1 لدينا : الرباعي <math>ADIJ</math> مستطيل و الرباعي <math>AKDE</math> مربع</p>   	<p><b>الإطلاق:</b></p>

## التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)

## المرحلة

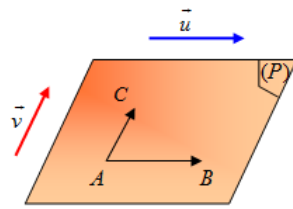
## ملاحظات

## المهمة

و منه :  $AD = \sqrt{AK^2 + KD^2} = \sqrt{2}$  و  $DJ = \sqrt{AD^2 + AJ^2} = \sqrt{3}$   
 إذن :  $\vec{DQ} \cdot \vec{DJ} = DQ \cdot DJ \cdot \cos(\vec{DQ}; \vec{DJ}) = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 4$   
 ② لدينا :  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$   
 ③ لدينا :  $D(1; -1; 1)$  و  $Q(-1; 1; 1)$  و  $J(0; 0; 0)$   
 و منه :  $\vec{DQ}(-2; 2; 0)$  و  $\vec{DJ}(-1; 1; -1)$   
 ④ لدينا :  $xx' + yy' + zz' = 4$  . نلاحظ أن :  $\vec{DQ} \cdot \vec{DJ} = xx' + yy' + zz'$   
**الجداء السلمي في الفضاء**

## بناء المفاهيم:

## تعريف:



$\vec{u}$  و  $\vec{v}$  شعاعان من الفضاء  $A, B, C$  و  
 ثلاث نقط حيث :  $\vec{u} = \vec{AB}$  و  $\vec{v} = \vec{AC}$   
 يوجد على الأقل مستو  $(P)$  يشمل النقط  
 $A, B, C$  بحيث : الجداء السلمي  
 للشعاعين  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  هو الجداء السلمي  
 للشعاعين  $\vec{AB}$  و  $\vec{AC}$  في المستوي  $(P)$

## ملاحظة:

في المستوي لدينا :  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2)$   
 وهي عبارة مستقلة عن تمثيل  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  و بالتالي : مستقلة عن المستوي  $(P)$

## خواص:

كل خواص الجداء السلمي في المستوي تطبق على الأشعة من نفس المستوي في الفضاء .

**نتائج:**  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  شعاعان من الفضاء ينتميان إلى نفس المستوي ،  $k$  عدد حقيقي .

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{u} &= \|\vec{u}\|^2 & \text{①} & \quad \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u} & \text{②} \\ \vec{u} \cdot (k \cdot \vec{v}) &= k(\vec{u} \cdot \vec{v}) & \text{③} & \quad (k \cdot \vec{u}) \cdot \vec{v} = k(\vec{u} \cdot \vec{v}) & \text{④} \\ \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 &= \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} & \text{④} & \end{aligned}$$

**تمرين تطبيقي:**  $ABCD$  رباعي وجوه منتظم بحيث كل وجه هو مثلث

متقايس الأضلاع طول ضلعه  $a$

- احسب  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  و  $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$  و استنتج  $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$

- ماذا تستنتج ؟

حل التمرين 01 و 04 صفحة 208

نقوبهم



## التفسير (الأنشطة المرادولة لكل مرحلة)

## المرحلة

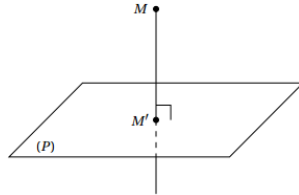
## ملاحظات

## المصطلح

## الإسقاط العمودي

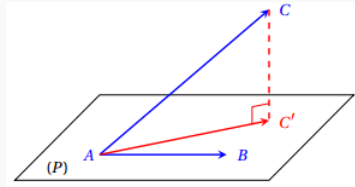
## ① الإسقاط العمودي على مستو:

## تعريف:



مستو  $(P)$  ، نقطة من الفضاء  $M$  المستقيم العمودي على  $(P)$  و الذي يشمل  $M$  يقطع  $(P)$  في نقطة وحيدة  $M'$  .  
 $M'$  تسمى المسقط العمودي للنقطة  $M$  على  $(P)$  .

## خاصية:

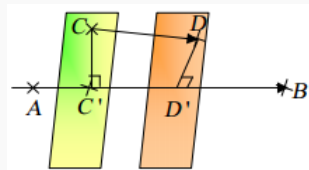


لتكن  $A$  ،  $B$  و  $C$  ثلاث نقط و  $(P)$  مستو يحوي  $A$  و  $B$  .  
 $C'$  هي المسقط العمودي للنقطة  $C$  على  $(P)$  .

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AC'}$$

لدينا إذن :

## نتيجة:



لتكن  $A$  ،  $B$  ،  $C$  و  $D$  أربع نقط .  
 ( حيث :  $\vec{AB} \neq \vec{0}$  )  
 $C'$  و  $D'$  هما المسقطان العموديان للنقطتين  $C$  و  $D$  على الترتيب على المستقيم  $(AB)$  .

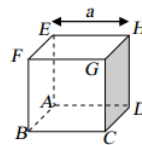
$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = \vec{AB} \cdot \vec{C'D'}$$

لدينا إذن :

تمرين تطبيقي:  $ABCDEFGH$  مكعب ضلعه  $a$

- احسب  $\vec{AB} \cdot \vec{EG}$

الحل:



$$\vec{AB} \cdot \vec{EG} = \vec{AB} \cdot \vec{EF} = \vec{AB} \cdot \vec{AB} = a^2$$

لدينا :

حل التمرين 08 و 11 صفحة 209

نقوم

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلجيري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالث، علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الهندسة في الفضاء

الكفاءات المستهدفة: - توظيف الجداء السلمي لتعيين معادلة ديكارتية للمستوي .

- سير الحصة

الملاحظات	المعدة	التهيؤ (الأشكال المرادفة لكل مرحلة)	المرادف
		<p>* التهيئة النفسية: التذكير بالإسقاط العمودي لنقطة على مستو .</p> <p>المعادلة الديكارتية لمستو</p> <p>① الشعاع الناظمي (عمودي):</p> <p><b>تعريف:</b> كل شعاع غير معدوم عمودي على شعاعين غير مرتبطين خطيا من مستو <math>(P)</math> هو شعاع عمودي على <math>(P)</math> .</p> <p><b>نتيجة:</b> إذا كان <math>\vec{n}</math> شعاع ناظمي على المستوي <math>(P)</math> فإن كل مستقيم موجه بالشعاع <math>\vec{n}</math> هو مستقيم عمودي على <math>(P)</math> .</p> <p>② معادلة مستو يشمل نقطة وعمودي على شعاع:</p> <p><math>\vec{n}</math> شعاع غير معدوم ، <math>A</math> نقطة من الفضاء . مجموعة النقط <math>M</math> من الفضاء والتي تحقق : <math>\vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0</math> هي المستوي <math>(P)</math> الذي يشمل <math>A</math> و <math>\vec{n}</math> شعاع ناظمي له .</p> <p><b>برهان:</b></p> <p>نعتبر المستقيم <math>(D)</math> الذي يشمل <math>A</math> و <math>\vec{n}</math> شعاع توجيه له . و المستوي <math>(P)</math> الذي يشمل <math>A</math> و <math>\vec{n}</math> شعاع ناظمي له . إذا كانت <math>M</math> نقطة من <math>(P)</math> فإن <math>\overrightarrow{AM}</math> شعاع من <math>(P)</math> و بالتالي : <math>\vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0</math> بالعكس : نعتبر نقطة <math>M</math> من الفضاء حيث : <math>\vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0</math> . لتكن <math>H</math> المسقط العمودي للنقطة <math>M</math> على المستقيم <math>(D)</math> . و بالتالي : <math>\vec{n} \cdot \overrightarrow{AH} = 0</math> لأن : <math>(\vec{n} \cdot \overrightarrow{AM} = 0)</math> لكن : <math>\overrightarrow{AH}</math> و <math>\vec{n}</math> مرتبطين خطيا إذن : <math>\overrightarrow{AH} = \vec{0}</math> لأن : <math>(\vec{n} \neq \vec{0})</math> و بالتالي : <math>A = H</math> . إذن : المسقط العمودي للنقطة <math>M</math> على <math>(D)</math> هو <math>A</math> أي : <math>M</math> نقطة من <math>(P)</math> .</p>	<p>الإطلاق:</p> <p>بناء المفاهيم:</p>

ملاحظات	المادة	التفسير (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المرحلة
		<p><b>خاصية:</b> كل مستو، <math>\vec{n}(a; b; c)</math> شعاع ناظمي له يقبل معادلة ديكارتية من الشكل : <math>ax + by + cz + d = 0</math> حيث <math>d</math> عدد حقيقي .</p> <p>بالعكس فإن مجموعة النقط <math>M(x; y; z)</math> التي تحقق <math>ax + by + cz + d = 0</math> حيث <math>a, b, c, d</math> أعداد حقيقية لا تنعدم معا هي مستو و <math>\vec{n}(a; b; c)</math> شعاع ناظمي له .</p> <p>معادلة مستو <math>(P)</math> يشمل نقطة <math>A(x_0; y_0; z_0)</math> و <math>\vec{n}(a; b; c)</math> شعاع ناظمي له هي :</p> $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$ <p><b>أمثلة:</b></p> <p>① مجموعة النقط <math>M(x; y; z)</math> التي تحقق <math>2x - 4y + 6z - 1 = 0</math> هي مستو ، <math>\vec{n}(2; -4; 6)</math> ناظمي له .</p> <p>② ليكن المستوي <math>(P)</math> الذي يشمل <math>A(1; -2; 3)</math> و <math>\vec{n}(1; -2; 1)</math> ناظمي له . - لنعين معادلة ديكارتية للمستوي <math>(P)</math> : لتكن <math>M(x; y; z)</math> نقطة من <math>(P)</math> إذن : <math>\vec{n} \cdot \vec{AM} = 0</math> ومنه : بعد الحساب نجد : <math>x - 2y + z - 8 = 0</math> هي معادلة ديكارتية لـ <math>(P)</math></p> <p><b>حالات خاصة:</b></p> <p>معادلة ديكارتية للمستوي <math>(o; \vec{i}; \vec{j})</math> هي : <math>z = 0</math> معادلة ديكارتية للمستوي <math>(o; \vec{j}; \vec{k})</math> هي : <math>x = 0</math> معادلة ديكارتية للمستوي <math>(o; \vec{i}; \vec{k})</math> هي : <math>y = 0</math></p> <p><b>ملاحظات :</b> <math>(P)</math> و <math>(p')</math> مستويان <math>\vec{n}</math> و <math>\vec{n}'</math> ناظميان لهما على الترتيب - <math>(P)</math> يوازي <math>(p')</math> أي يوجد عدد حقيقي <math>k</math> حيث : <math>\vec{n} = k\vec{n}'</math> - <math>(P)</math> عمودي على <math>(p')</math> معناه : <math>\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0</math></p> <p><b>تمرين تطبيقي:</b> في معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math> من الفضاء. نعتبر النقط : <math>A(-2; 0; 1)</math> ، <math>B(1; 0; -3)</math> و <math>C(1; -1; 2)</math></p> <p>① بين أن النقط <math>A</math> ، <math>B</math> و <math>C</math> تعين مستويا . ② أكتب معادلة ديكارتية للمستوي <math>(ABC)</math> ③ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي <math>(P)</math> الذي يشمل <math>A</math> و <math>\vec{BC}</math> شعاع ناظمي له .</p> <p>نقوم</p> <p>حل التمرين 13 و 17 صفحة 209</p>	

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلبحري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الهندسة في الفضاء

الكفاءات المستهدفة: - تعيين بعد نقطة عن مستو .

## - سير الحصة

ملاحظات	المصطلح	التفسير (النشطة المراهقة لكل مرحلة)	المرحلة
		<p><b>* التهيئة النفسية:</b> التذكير بالمسقط العمودي لنقطة على مستو بعد نقطة عن مستو</p> <p>المسافة بين النقطة <math>M</math> والمستوي <math>(P)</math> هي الطول <math>MH</math> حيث <math>H</math> هي المسقط العمودي للنقطة <math>M</math> على المستوي <math>(P)</math> . و نكتب :</p> $MH = d(M; (P))$	الإطلاق:
		<p><b>خاصية:</b></p> <p>الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math> المسافة بين النقطة <math>M(x_0; y_0; z_0)</math> والمستوي <math>(P)</math> ذو المعادلة : <math>ax + by + cz + d = 0</math> هي :</p> $d(M; (P)) = \frac{ ax_0 + by_0 + cz_0 + d }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$	بناء المفاهيم:
		<p><b>تطبيق:</b></p> <p>في معلم متعامد ومتجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math> من الفضاء . نعتبر المستوي <math>(P)</math> ذو المعادلة : <math>3x - 2y + 5z - 4 = 0</math> ① عين بعد النقطة <math>A(1; -2; 7)</math> عن المستوي <math>(P)</math> . ② عين بعد النقطة <math>B(2; 1; 0)</math> عن المستوي <math>(P)</math> . ماذا تستنتج ؟</p> <p><b>تمرين تطبيقي «①»:</b></p> <p>في معلم متعامد ومتجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math> من الفضاء . نعتبر المستوي <math>(P)</math> ذو المعادلة : <math>-5x + y - z - 6 = 0</math> و النقطة <math>A(-6; 2; -1)</math> - بين أن النقطة <math>B(-1; 1; 0)</math> هي المسقط العمودي للنقطة <math>A</math> على <math>(P)</math> .</p>	

ملاحظات	المصحة	التفسير (النشطة المرادولة لكل مرحلة)	المرحل
		<p><b>طريقة «1»:</b>  <math>B</math> مسقط عمودي للنقطة <math>A</math> على <math>(P)</math> معناه :  <math>B \in (P)</math> و <math>\vec{AB}</math> شعاع ناظمي لـ <math>(P)</math></p> <p><b>طريقة «2»:</b>  <math>d(A; (P)) = AB</math> و <math>B \in (P)</math> يكفي أن نثبت أن :</p> <p><b>تمرين تطبيقي «2»:</b>  في معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math> من الفضاء .  نعتبر المستوي <math>(P)</math> ذو المعادلة : <math>2x + 3y - 4z + 13 = 0</math>  و النقطة <math>A(-1; 2; -1)</math>  - عين إحداثيات النقطة <math>H</math> المسقط العمودي للنقطة <math>A</math> على <math>(P)</math> .</p>	<p>نفوهم</p> <p>حل التمرين 26 و 29 صفحة 210</p>
ملاحظات عامة حول الحصة: .....			



المادة: رياضيات

الأستاذ: بلبحري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالث علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الهندسة في الفضاء

الكفاءات المستهدفة: - كتابة معادلة سطح كرة .

- سير الحصة

ملاحظات	المصحة	التعليق (النشطة المرادولة لكل مرحلة)	المراحل
		<p>* التهيئة النفسية: التذكير بمعادلة دائرة في المستوي .</p> <p>معادلة سطح كرة:</p> <p><b>تعريف:</b></p> <p><math>\Omega</math> نقطة ثابتة من الفضاء ، <math>r</math> عدد حقيقي موجب تماما .</p> <p><math>(S)</math> سطح الكرة التي مركزها <math>\Omega</math> و نصف قطرها <math>r</math> هي مجموعة النقط <math>M</math> من الفضاء حيث : <math>\Omega M = r</math></p> <p><b>ملاحظة:</b></p> <p>الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math></p> <p>معادلة سطح الكرة التي مركزها <math>\Omega(x_0; y_0; z_0)</math> و نصف قطرها <math>r</math> هي :</p> $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$ <p><b>مثال:</b></p> <p>الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math></p> <p>معادلة سطح الكرة التي مركزها <math>\Omega(1; 2; -1)</math> و نصف قطرها <math>r = 2</math> هي :</p> $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 2^2$ <p><b>خاصية (معادلة سطح كرة علم فطرها):</b></p> <p>الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math></p> <p>سطح كرة <math>(S)</math> التي قطرها <math>[AB]</math> هي مجموعة النقط <math>M</math> من الفضاء حيث :</p> $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$	<p>الإطلاق:</p> <p>بناء المفاهيم:</p>

## التفسير (الأنشطة المرادولة لكل مرحلة)

المراحل

ملاحظات

المصحة

## تطبيق:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 عين معادلة ديكارتية لسطح كرة قطرها  $[AB]$   
 حيث :  $A(3; 2; 1)$  و  $B(2; 2; 0)$

## خاصية:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$   
 مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء بحيث :

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

هي :

- إما نقطة
- إما مجموعة خالية
- إما سطح كرة

## تمرين تطبيقي:

في معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  من الفضاء.  
 عين في كل حالة المجموعة  $(S)$  للنقط  $M(x; y; z)$  من الفضاء :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 2z + 5 = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 5 = 0 \quad \textcircled{3}$$

نقوم

حل التمرين 18 صفحة 209

المادة: رياضيات

الأستاذ: بليحري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الهندسة في الفضاء

الكفاءات المستهدفة: - الوضع النسبي لسطح كرة و مستو في الفضاء .

- سير الحصة

ملاحظات	المحصة	التنبيه (الأنشطة المرادولة لكل مرحلة)	المرحلة
		<p>* التهيئة النفسية: الوضع النسبي لسطح كرة ومستو:</p> <p><b>خاصية:</b> الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math> نعتبر المستوي <math>(P)</math> و <math>(S)</math> سطح كرة مركزها <math>\Omega</math> و نصف قطرها <math>r</math> .</p> <p>① <math>d(\Omega; (P)) &gt; r</math> فإن <math>(P)</math> لا يقطع <math>(S)</math> ② <math>d(\Omega; (P)) = r</math> فإن <math>(P)</math> يمس <math>(S)</math> في نقطة وحيدة ③ <math>d(\Omega; (P)) &lt; r</math> فإن <math>(P)</math> يقطع <math>(S)</math> في دائرة</p> <p><b>تمرين تطبيقي:</b> الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math> أدرس الوضع النسبي للمستوي <math>(P)</math> و سطح الكرة <math>(S)</math> التي مركزها <math>\Omega</math> و نصف قطرها <math>r</math> في كل حالة مما يلي :</p> <p>① <math>(P): x + y + z + 1 = 0</math> و <math>\Omega(1; 0; 0)</math> و <math>r = 1</math> ② <math>(P): x + y + z - 5 = 0</math> و <math>\Omega(1; 0; 1)</math> و <math>r = 7</math> ③ <math>(P): x + z + 2 = 0</math> و <math>\Omega(1; 1; 0)</math> و <math>r = 2\sqrt{2}</math></p>	<p>الإطلاق:</p> <p>بناء المفاهيم:</p>
			تقويم:

♣ حل التمرين 19 صفحة 209

تقويم:

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلبحري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالثة علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الهندسة في الفضاء

الكفاءات المستهدفة: - تعيين مجموعة النقط - إحداثيات مرجح في الفضاء

- سير الحصة

ملاحظات	المصفاة	التفسير (الأنشطة المرادولة لكل مرحلة)	المرحل
		<p>* التهيئة النفسية: التذكير بالمرجح في المستوي . المرجح :</p> <p><b>مبرهنة «1» :</b>  <math>\{(A_1; \alpha_1), (A_2; \alpha_2), \dots, (A_n; \alpha_n)\}</math> جملة لـ <math>n</math> نقطة مثقلة .  حيث : <math>\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n \neq 0</math>  توجد نقطة وحيدة <math>G</math> تحقق :</p> $\alpha_1 \overrightarrow{GA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{GA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{GA_n} = \vec{0}$ تسمى $G$ مرجح الجملة . <p><b>ملاحظة:</b>  عندما تتساوى المعاملات غير المعدومة <math>\alpha_i</math> ، تسمى <math>G</math> مركز ثقل الجملة .</p> <p><b>مبرهنة «2» :</b>  من أجل كل نقطة <math>M</math> من الفضاء .</p> $\alpha_1 \overrightarrow{MA_1} + \alpha_2 \overrightarrow{MA_2} + \dots + \alpha_n \overrightarrow{MA_n} = (\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n) \overrightarrow{MG}$	الإطلاق:
		<p><b>إحداثيات المرجح :</b>  الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math>  لتكن <math>G(x_G; y_G; z_G)</math> مرجح الجملة المثقلة <math>\{(A_1; \alpha_1), (A_2; \alpha_2), \dots, (A_n; \alpha_n)\}</math>  حيث: <math>A_1(x_1; y_1; z_1)</math> ، <math>A_2(x_2; y_2; z_2)</math> ، و <math>A_n(x_n; y_n; z_n)</math></p>	بناء المفاهيم:

## التفسير (النشطة المبرهنة لكل مرحلة)

المراحل

ملاحظات

المصفاة

لدينا :

$$x_G = \frac{\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}$$

$$y_G = \frac{\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + \dots + \alpha_n y_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}$$

$$z_G = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \dots + \alpha_n z_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}$$

مثال :

في معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  من الفضاء.نعتبر النقط :  $A(1; 2; -1)$  ،  $B(3; -2; 1)$  ، و  $C(0; 1; 4)$ نعين إحداثيات  $G$  مرجح الجملة  $\{(A; 1), (B; 2), (C; -1)\}$  :

لدينا :

$$x_G = \frac{1 \times 1 + 2 \times 3 + (-1) \times 0}{1 + 2 - 1} = \frac{7}{2}$$

$$y_G = \frac{1 \times 2 + 2 \times (-2) + (-1) \times 1}{1 + 2 - 1} = \frac{-3}{2}$$

$$z_G = \frac{1 \times (-1) + 2 \times 1 + (-1) \times 4}{1 + 2 - 1} = \frac{-3}{2}$$

إذن :  $G(\frac{7}{2}; \frac{-3}{2}; \frac{-3}{2})$ 

توظيف المرجح لتعيين مجموعة نقط :

تمرين تطبيقي :

في معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  من الفضاء.نعتبر النقط :  $A(1; 2; -1)$  ،  $B(3; -2; 1)$  ، و  $C(0; 1; 4)$ ① عين مجموعة النقط  $M$  التي تحقق :  $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - 4\vec{MC}\| = 2$ ② عين مجموعة النقط  $M$  التي تحقق :

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - 4\vec{MC}\| = \|\vec{-MA} + 2\vec{MB}\|$$

نقوم

حل التمرين 36 و 40 صفحة 211

المادة: رياضيات

الأستاذ: بلحري كمال

المؤسسة: سليمان جلول

المستوى والشعبة: الثالث، علوم تجريبية

المحتوى المكرفي: الهندسة في الفضاء

الكفاءات المستهدفة: - التمثيل الوسيط لمستقيم في الفضاء

- سير الحصة

الملاحظات	المعدة	التهيئة (الأشكال المرادوة لكل مرحلة)	المرأجل
		<p>* التهيئة النفسية: التمثيل الوسيط لمستقيم في الفضاء :</p> <p><b>مبرهنة وتعريف :</b></p> <p>الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math> مستقيم من الفضاء يشمل النقطة <math>A(x_A; y_A; z_A)</math> و شعاع <math>\vec{u}(a; b; c)</math> توجيه له . نقطة <math>M</math> من <math>(D)</math> إذا و فقط إذا وجد عدد حقيقي <math>t</math> حيث :</p> $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ <p>أي :</p> $\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt, t \in \mathbb{R} \end{cases} \text{ أو } \begin{cases} x - x_A = at \\ y - y_A = bt, t \in \mathbb{R} \\ z - z_A = ct \end{cases}$ <p>نسمي الجملة تمثيلا وسيطيا للمستقيم <math>(D)</math></p> <p><b>مثال:</b></p> <p>التمثيل الوسيط للمستقيم الذي يشمل النقطة <math>A(1; 3; -2)</math> و شعاع توجيهه <math>\vec{u}(1; 2; -3)</math> :</p> $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = -2 - 3t \end{cases}$ <p><b>تمرين تطبيقي:</b></p> <p>ليكن <math>(D)</math> المستقيم المعرف بتمثيله الوسيط : <math>\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + t \end{cases}</math></p> <p>① عين شعاع توجيه للمستقيم <math>(D)</math> و نقطة منه . ② بين أن النقطة <math>A(5; 4; 1)</math> تنتمي إلى <math>(D)</math> ③ هل النقطة <math>B(1; 0; 1)</math> تنتمي إلى <math>(D)</math></p>	الإطلاق: بناء المفاهيم:

ملاحظات	المادة	النسب (النشطة المرافقة لكل مرحلة)	المرحلة
		<p><b>التمثيل الديكارتى لمستقيم في الفضاء :</b></p> <p><b>تعريف :</b></p> <p>(p) مستو معادلته الديكارتية <math>ax + by + cz + d = 0</math> و شعاع ناظمي <math>\vec{n}(a; b; c)</math> له .</p> <p>(p') مستو معادلته الديكارتية <math>a'x + b'y + c'z + d' = 0</math> و شعاع ناظمي له <math>\vec{n}'(a'; b'; c')</math> .</p> <p>إذا كان : <math>\vec{n}(a; b; c)</math> و <math>\vec{n}'(a'; b'; c')</math> غير مرتبطين خطيا فإن : المستويين (p) و (p') يتقاطعان وفق مستقيم .</p> <p>تسمى الجملة : <math>\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}</math> التمثيل الديكارتى لهذا المستقيم .</p> <p><b>تمرين تطبيقي :</b></p> <p>الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس <math>(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})</math></p> <p>(p) مستو معادلته الديكارتية : <math>x + 2y - 2z + 1 = 0</math></p> <p>(p') مستو معادلته الديكارتية : <math>2x + y + z - 3 = 0</math></p> <p>بين أن (p) و (p') يتقاطعان وفق مستقيم يطلب تعيين تمثيل ديكارتى له</p> <p><b>الانتقال من تمثيل وسطي لمستقيم إلى تمثيل ديكارتى له :</b></p> <p>للإنتقال من تمثيل وسطي لمستقيم إلى تمثيل ديكارتى له نحذف الوسيط من جملة التمثيل الوسيطي .</p> <p>( أي نستخرج قيمة الوسيط من إحدى المساويات و نعوضها في الأخرى )</p> <p><b>مثال :</b></p> <p>لنعين تمثيلا ديكارتيا للمستقيم (D) المعروف بتمثيله الوسيطي</p> $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{كما يلي :}$ <p><b>الانتقال من تمثيل وسطي لمستقيم إلى تمثيل ديكارتى له :</b></p> <p>للإنتقال من تمثيل ديكارتى لمستقيم إلى تمثيل وسطي له نعتبر أحد المتغيرات x ، y ، z كوسيط و نكتب الآخرين بدلالة الوسيط .</p> <p><b>مثال :</b></p> <p>لنعين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المعروف بتمثيله الديكارتى</p> $\begin{cases} x + 2y - z + 3 = 0 \\ x + y + z + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{كما يلي :}$	
		<p>حل التمرين 02 و 06 صفحة 226</p>	

نقوم