

المستوى: الثالثة رياضيات
ميدان التعلم: هندسة
الوحدة التعليمية: الهندسة في الفضاء
موضوع الحصة: الاوضاع النسبية لثلاث مستويات

المؤسسة:
السنة الدراسية:
التاريخ:
توقيت الحصة:

المكتسبات المستهدفة: دراسة تقاطع ثلاث مستويات

الإيجاز (مسير المعلمة)

الدرس الاول

1 / الوضع النسبي لثلاث مستويات في الفضاء

1 : لا يوجد نقاط

لاحظ المستويات الثلاث متقاطعة مثنى مثنى فقط غير مشتركة
ندرس تقاطع المستويين (P) و (Q)
اذن يتقاطعان في مستقيم (Δ) تمثيله الوسيطى

$$\begin{cases} x=t \\ y=5t-2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z=7t-1 \end{cases}$$

لاحظ ان شعاعيهما الناظمين غير مرتبطان خطيا
لان $\frac{2}{1} \neq -\frac{1}{3} \neq -\frac{1}{2}$ وهذا شرط كافي لإثبات تقاطعهما

ندرس الان ناتج تقاطع المستويين (P) و (Q) وهو المستقيم (Δ) مع المستوي الثالث (K)

وهذا يعني حل جملة المعادلات

$$\begin{cases} x=t \\ y=5t-2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z=7t-1 \end{cases} \quad (\Delta) \quad \text{ومنه} \quad t-15t+6+14t-2-6=0 \quad \text{نجد} \quad -2 \neq 0 \quad \text{نقول ان المعادلة لا تقبل يعني}$$

$$(K): x-3y+2z-6=0$$

لا يوجد تقاطع السؤال المطروح هل هناك توازي : لاحظ $\vec{u}(1;5;7)$ شعاع توجيه (Δ) و $\vec{n}(1;-3;2)$ ناظم (Q)

نتيجة : $(P) \cap (Q) \cap (K) = \Phi$

الدرس الثاني

1 / الوضع النسبي لثلاث مستويات في الفضاء

2 : لا يوجد نقاط

لاحظ المستويات الثلاث متقاطعة مثنى

مثنى فقط غير مشتركة

ندرس تقاطع المستويين (P) و (Q)

اذن بتقاطعهم في مستقيم (Δ) تمثيله

$$(\Delta): \begin{cases} x=t \\ y=5t-2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z=7t-1 \end{cases}$$

لاحظ ان شعاعيهما الناظمين غير

مرتبطان خطيا

لان $\frac{2}{1} \neq -\frac{1}{3} \neq -\frac{1}{2}$ وهذا شرط كافي

لإثبات تقاطعهما

$$(P) \quad (p): 2x+y-z+1=0$$

$$\vec{n}(2;1;-1)$$

$$(Q) \quad (Q): x-3y+2z-4=0$$

$$\vec{n}(1;-3;2)$$

$$(K) \quad (K): 3x-2y+z-2=0$$

$$\vec{n}(3;-2;1)$$

$$(\Delta): \begin{cases} x=t \\ y=5t-2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z=7t-1 \end{cases}$$

$$\vec{u}(1;5;7)$$

(A)

ندرس الان ناتج تقاطع المستويين (P) و (Q) وهو المستقيم (Δ) مع المستوي الثالث (K) وهذا يعني حل جملة المعادلات

$$(\Delta): \begin{cases} x=t \\ y=5t-2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z=7t-1 \end{cases} \quad \text{ومنه } 3t-10t+4+7t-1-2=0 \quad \text{نجد } 1 \neq 0 \quad \text{نقول ان المعادلة لا تقبل يعني لا يوجد تقاطع}$$

السؤال المطروح هل هناك توازي : لاحظ $\vec{u}(1;5;7)$ شعاع توجيه (Δ) و $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظم (K) متعامدان لان $\vec{u} \cdot \vec{n} = 3-10+7=0$ وبالتالي (Δ) و (K) متوازيان لا يوجد تقاطع

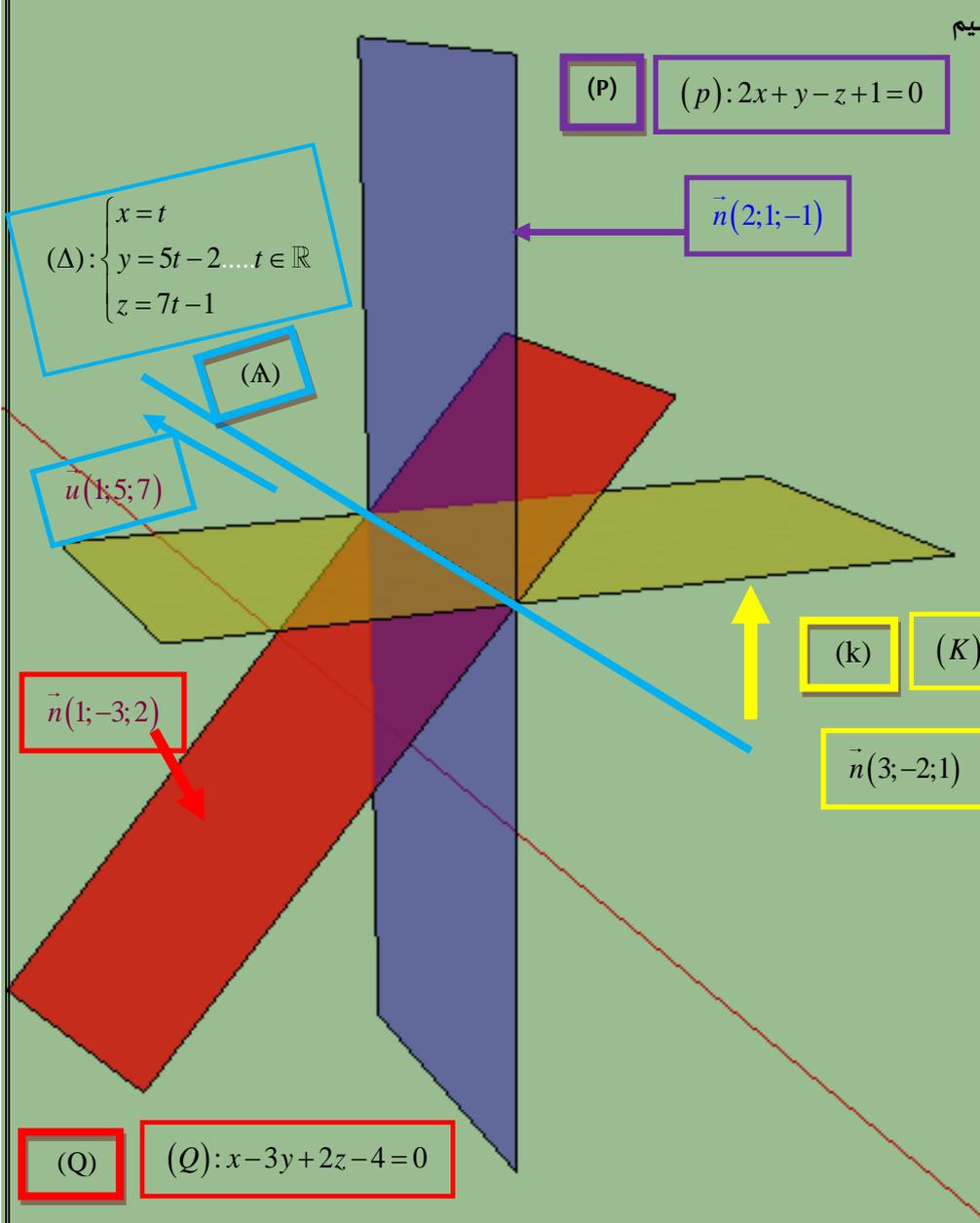
$$(P) \cap (Q) \cap (K) = \Phi \quad \text{نتيجة :}$$

ملاحظة: الدرس الاول والثاني هي نفس الوضعية

الدرس الثالث

1 / الوضع النسبي لثلاث مستويات في الفضاء

3 : النقاط مستقيم



لاحظ المستويات الثلاث متقاطعة في مستقيم

ندرس تقاطع المستويين (P) و (Q)

اذن يتقاطعان في مستقيم (Δ) تمثيله

$$(\Delta): \begin{cases} x=t \\ y=5t-2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z=7t-1 \end{cases} \text{ الوسيط}$$

لاحظ ان شعاعيهما الناظمين غير

مرتبطان خطيا

لان $\frac{2}{1} \neq -\frac{1}{3} \neq -\frac{1}{2}$ وهذا شرط كافي

لإثبات تقاطعهما

ندرس الان ناتج تقاطع المستويين (P) و (Q) وهو المستقيم (Δ) مع المستوي الثالث (K) وهذا يعني حل جملة المعادلات

$$(\Delta): \begin{cases} x=t \\ y=5t-2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z=7t-1 \\ (K): 3x-2y+z-3=0 \end{cases} \text{ ومنه } 3t-10t+4+7t-1-3=0 \text{ نجد } 0t+0=0 \text{ نقول ان المعادلة صفرية اي } t \in \mathbb{R}$$

وبالتالي (Δ) محتوي في (K) ولا حظ ان $\vec{u} \cdot \vec{n} = 3-10+7=0$ ما يعني تعامد شعاع الناظمي مع توجيه المستقيم

المستويات تتقاطع وفق مستقيم (Δ)

$$\text{نتيجة : } (P) \cap (Q) \cap (K) = (\Delta)$$

الدرس الرابع

1 / الوضع النسبي لثلاث مستويات في الفضاء

4: النقاط نقطة

لاحظ المستويات الثلاث متقاطعة في نقطة

ندرس تقاطع المستويين (P) و (Q)

اذن يتقاطعان في مستقيم (Δ) تمثيله

$$(\Delta): \begin{cases} x = t \\ y = 5t - 2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z = 7t - 1 \end{cases}$$

لاحظ ان شعاعيهما الناظمين غير

مرتبطان خطيا

لان $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{3} \neq \frac{-1}{2}$ وهذا شرط كافي

لإثبات تقاطعهما

$$(P) \quad (p): 2x + y - z + 1 = 0$$

$$\vec{n}(2; 1; -1)$$

$$(Q) \quad (Q): x - 3y + 2z - 4 = 0$$

$$\vec{n}(1; -3; 2)$$

$$(K) \quad (K): x + y + z - 10 = 0$$

$$\vec{n}(1; 1; 1)$$

$$H(1; 3; 6)$$

(A)

$$\vec{u}(1; 5; 7)$$

$$(\Delta): \begin{cases} x = t \\ y = 5t - 2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z = 7t - 1 \end{cases}$$

ندرس الان ناتج تقاطع المستويين (P) و (Q) وهو المستقيم (Δ) مع المستوي الثالث (K) وهذا يعني حل جملة المعادلات

$$(\Delta): \begin{cases} x = t \\ y = 5t - 2 \dots t \in \mathbb{R} \\ z = 7t - 1 \end{cases} \quad \text{ومنه } t + 5t - 2 + 7t - 1 - 10 = 0 \text{ نجد } t = 1$$

$$(K): x + y + z - 10 = 0$$

وبالتالي (Δ) يخترق (يقطع) (K) في نقطة نسميها $H(x; y; z)$ هذا النقطة بالطبع تنتمي الى (Δ) ما يعني ان $H(t; 5t - 2; 7t - 1)$ وبما ان $t = 1$ فان $H(1; 3; 6)$

لاحظ ان شعاع الناظمي ل (K) مع توجيهه المستقيم (Δ) $\vec{u} \cdot \vec{n} = 1 - 3 + 2 = 0$ يمكننا القول كذلك ان (Δ) \perp (K)

$$(P) \cap (Q) \cap (K) = H : \text{نتيجة}$$

الدرس الخامس

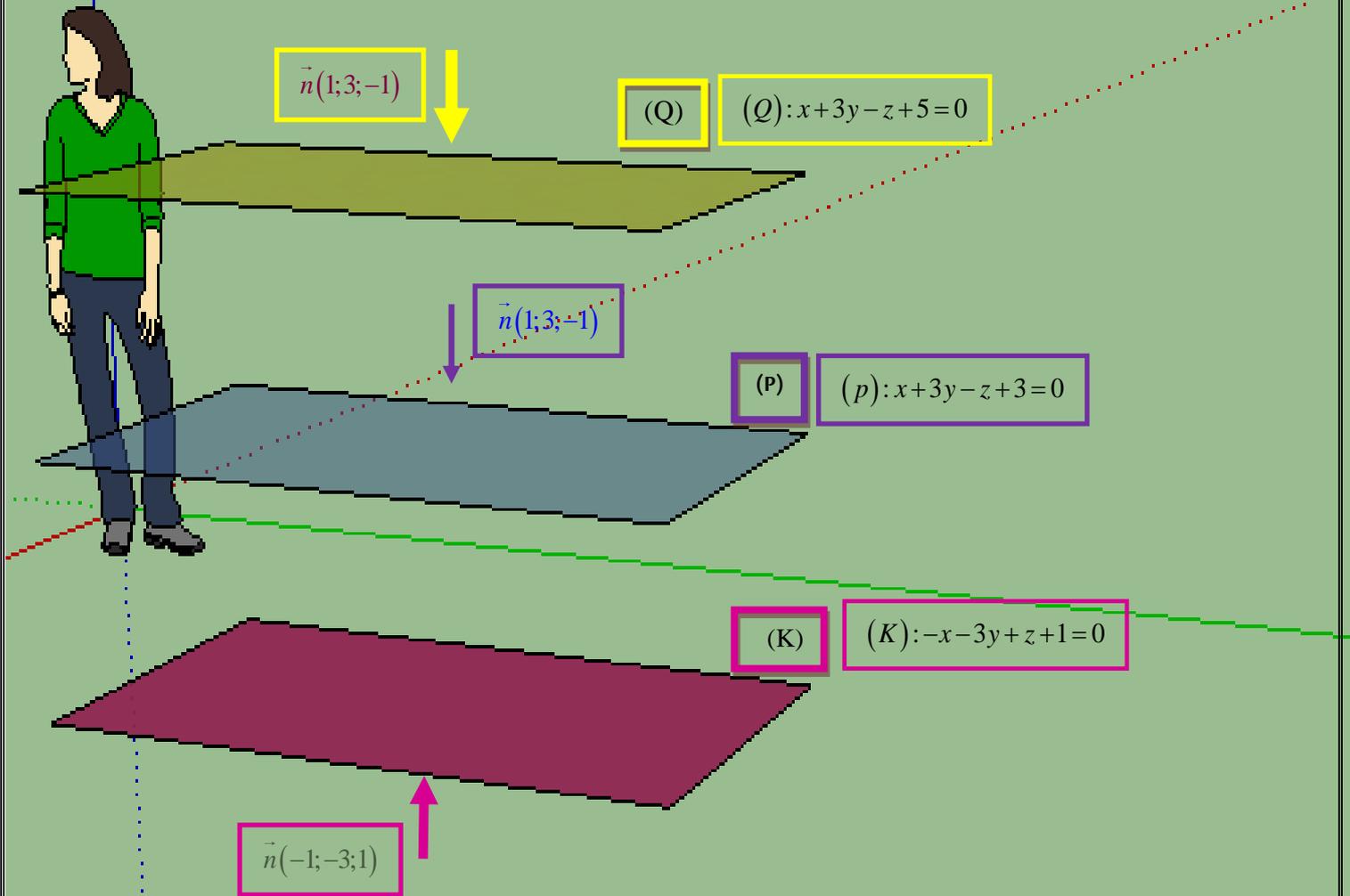
1 / الوضع النسبي لثلاث مستويات في الفضاء

4: النقاط خال

لاحظ المستويات الثلاث ليست متقاطعة تماما ما يعني حتمية توازيها
التوازي يعني الارتباط الخطي بين اشعتها الناعمية مثنى مثنى

لاحظ ان $\vec{n}(1;3;-1)$ و $\vec{n}(1;3;-1)$ مرتبطان خطيا لان $\frac{1}{1} = \frac{3}{3} = \frac{-1}{-1}$ وهذا يعني ان (P) و (Q) متوازيان

لاحظ ان $\vec{n}(1;3;-1)$ و $\vec{n}(-1;-3;1)$ مرتبطان خطيا لان $\frac{1}{-1} = \frac{3}{-3} = \frac{-1}{1}$ وهذا يعني ان (K) و (P) متوازيان



المستويات متوازية فيما بينها لا يوجد اذن تقاطع

$$(P) \cap (Q) \cap (K) = \Phi : \text{نتيجة}$$