المؤسسة:	المستوى: الثالثة رياضيات
السنة الدراسية:	ميدان التعلم: هندسة
التاريخ:	الوحدة التعلمية: الهندسة في الفضاء
توقيت الحصة :	موضوع الحصة : الاوضاع لمستقيم وسطح كرة

المكتسبات المستهدفة: وضع نسبي لمستقيم وسطح كرة

الإنجاز(سير الحصة)

الدرس الاول

3/ الوضع النسبي لمستقيم وسطح كرة

1 :لا يوجد نقاطع

لاحظ المستقيم (Δ) و سطح الكرة (S) لا يشتركان في اي نقطة فهما لا يتقاطعان

يمكن اثبات ذلك فقط بمقارنة R نصف قطر سطح الكرة (S) والبعد بين المركز ω و المستقيم (Δ)

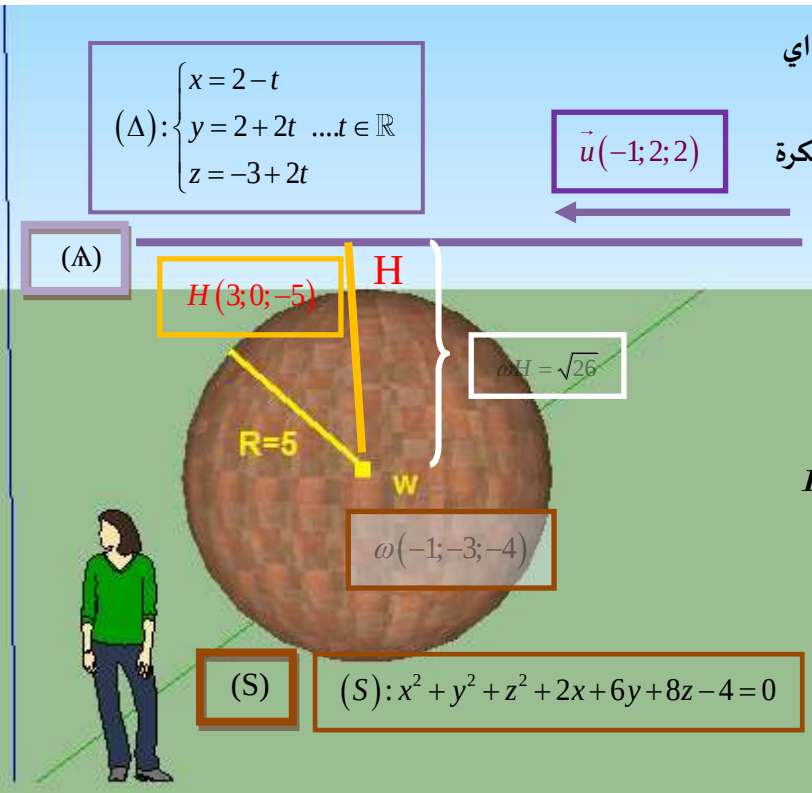
استنتاج نصف قطر سطح الكرة لدينا

$(S): x^2+y^2+z^2+2x+6y+8z-4=0$

ومنه $(S):(x^2+2x)+(y^2+6y)+(z^2+8z)-4=0$

$(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z+4)^2-1-4-16-4=0$

اذن $(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=5^2$ نجد $R=5$



يمكن ايجاد احداثيات النقطة $H(x;y;z)$ لأنها المسقط عمودي للمركز ω على المستقيم (Δ)

بما ان المستقيم (Δ) ذو $\vec{u}(-1;2;2)$ يشمل المركز ω و النقطة H حيث $H(2-t;2+2t;-3+2t)$ فان $\vec{u}.\overrightarrow{\omega H}=0$

لدينا $\overrightarrow{\omega H}(3-t;5+2t;1+2t)$ وبالتالي $\vec{u}.\overrightarrow{\omega H}=-3+t+10+4t+2+4t=0$ ومنه $t=-1$ أي $\overrightarrow{\omega H}(4;3;-1)$

و يكون $\omega H=\sqrt{26}$ $H(3;0;-5)$

لاحظ $\omega H=\sqrt{26}$ و $R=5$ يعني ان $\omega H>R$ المستقيم (Δ) و سطح الكرة (S) لا يشتركان في اي نقطة

نتيجة : $(\Delta)\cap(S)=\Phi$

الدرس الثاني

3/ الوضع النسبي لمستقيم وسطح كرة

2 :التقاطع نقطة

لاحظ المستقيم (Δ) و سطح الكرة (S) يشتركان في نقطة

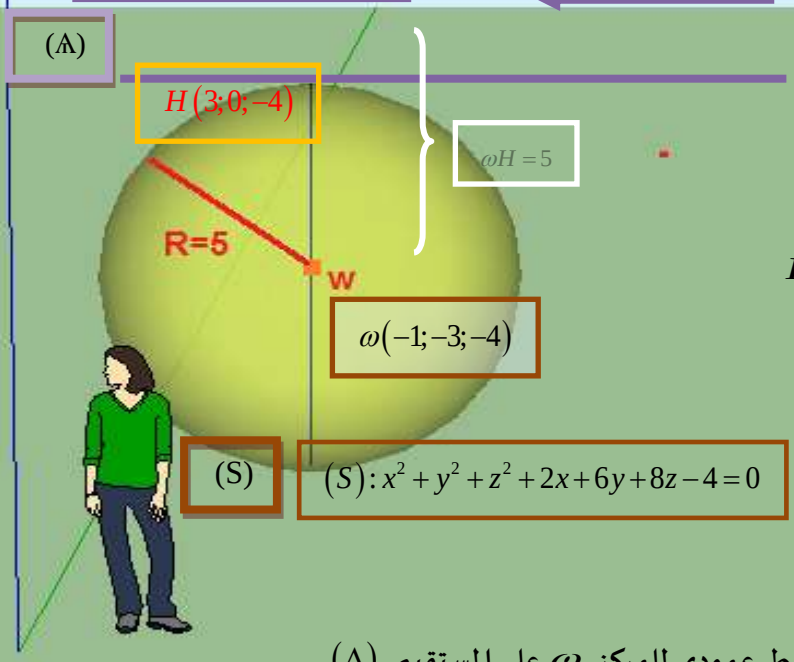
فهما يتقاطعان

يمكن اثبات ذلك فقط بمقارنة R نصف قطر سطح الكرة

(S) والبعد بين المركز ω و المستقيم (Δ)

$$(\Delta):\begin{cases}x=6-3t\\y=-4+4t\ldots.t\in\mathbb{R}\\z=-5+t\end{cases}$$

$\vec{u}(-3;4;1)$



استنتاج نصف قطر سطح الكرة لدينا

$(S):x^2+y^2+z^2+2x+6y+8z-4=0$

ومنه $(S):(x^2+2x)+(y^2+6y)+(z^2+8z)-4=0$ ومنه

$(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z+4)^2-1-4-16-4=0$

اذن $(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=5^2$ نجد $R=5$

يمكن ايجاد احداثيات النقطة $H(x;y;z)$ لأنها المسقط عمودي للمركز ω على المستقيم (Δ)

بما ان المستقيم (Δ) ذو $\vec{u}(-3;4;1)$ يشمل المركز ω و النقطة H حيث $H(6-3t;-4+4t;-5+t)$ فان $\vec{u}.\overrightarrow{\omega H}=0$

لدينا $\overrightarrow{\omega H}(7-3t;-1+4t;-1+t)$ وبالتالي $\vec{u}.\overrightarrow{\omega H}=-21+9t-4+16t-1+t=0$ ومنه $t=1$ أي $\overrightarrow{\omega H}(4;3;0)$

و يكون $\omega H=\sqrt{25}=5$ $H(3;0;-5)$

لاحظ $\omega H=5$ و $R=5$ يعني ان $\omega H=R$ المستقيم (Δ) و سطح الكرة (S) يشتركان في نقطة $H(3;0;-5)$

نتيجة : $(S)\cap(\Delta)=H$

الدرس الثالث

3/ الوضع النسبي لمستقيم وسطح كرة

2 :التقاطع نقطتين

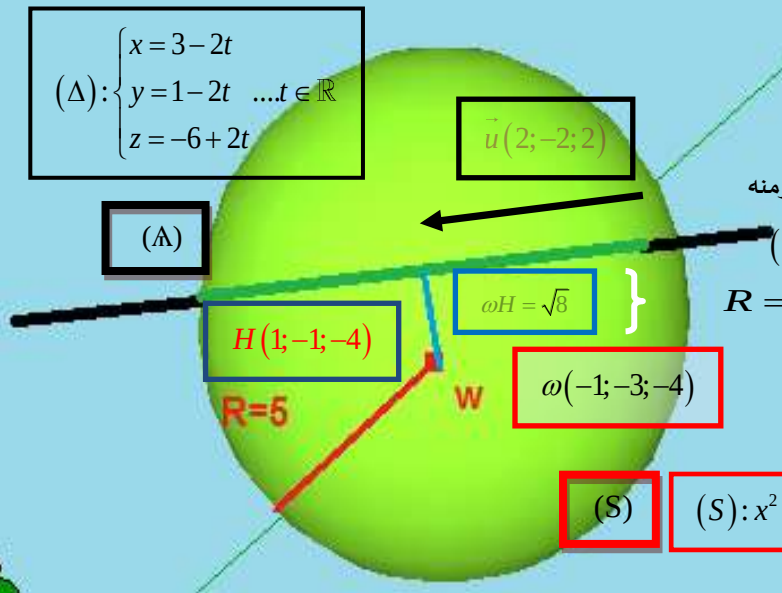
لاحظ المستقيم (Δ) و سطح الكرة (S) يشتركان في
نقطتان فهما يتقاطعان
يمكن اثبات ذلك فقط بمقارنة R نصف قطر سطح الكرة
(S) والبعد بين المركز ω و المستقيم (Δ)
استنتاج نصف قطر سطح الكرة لدينا

$(S): x^2+y^2+z^2+2x+6y+8z-4=0$

ومنه $(S):(x^2+2x)+(y^2+6y)+(z^2+8z)-4=0$ ومنه

$(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z+4)^2-1-4-16-4=0$

اذن $(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=5^2$ نجد $R=5$



يمكن ايجاد احداثيات النقطة $H(x;y;z)$ لأنها المسقط عمودي للمركز ω على المستقيم (Δ)
بما ان المستقيم (Δ) ذو $\vec{u}(2;-2;2)$ يشمل المركز ω و النقطة H حيث $H(3-2t;1-2t;-6+2t)$
فان $\vec{u}.\overrightarrow{\omega H}=0$ لدينا $\overrightarrow{\omega H}(4-2t;4-2t;-2+2t)$ و بالتالي $\vec{u}.\overrightarrow{\omega H}=8-4t-8+4t-4+4t=0$
ومنه $t=1$ أي $\overrightarrow{\omega H}(2;2;0)$
و يكون $\omega H=\sqrt{8}$ $H(1;-1;-4)$

لاحظ $\omega H=\sqrt{8}$ و $R=5$ يعني ان $\omega H<R$ المستقيم (Δ) و سطح الكرة (S) يشتركان في نقطتين $A;A'$

يمكن البحث عن النقطتين $A;A'$ بتعويض قيمة t الناتجة عن حل الجملة في معادلة (Δ)

$(\Delta):\begin{cases}x=3-2t\\y=1-2t\\z=-6+2t\end{cases}$ ....$t\in\mathbb{R}$ و $(S):(x+1)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=5^2$ اي $(4-2t)^2+(4-2t)^2+(-2+2t)^2-25=0$

ومنه $12t^2-24t+11=0$ حل المعادلة يحتاج للميز حيث نجد $\sqrt{\Delta}\simeq\sqrt{49}=7$ ومنه $t=\frac{17}{24}$ و $t'=\frac{31}{24}$

تعويض قيمتي t في (Δ) نجد $A\left(\frac{38}{24};\frac{-10}{24};\frac{-110}{24}\right);A'\left(\frac{10}{24};\frac{-38}{24};\frac{-82}{24}\right)$

نتيجة : $(S)\cap(\Delta)=A;A'$