الرقم:33/01

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــــخ:	**الوحدة:** الهندسة في الفضاء
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** الجداء السلمي في الفضاء وتطبيقاته.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستقيمين.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة

الإنجاز (سير الحصة)

I/ تمهيد:

II/ العرض:

الجداء السلمي في المستوي:

تذكير: الجداء السلمي للشعاعين $\vec{u}$، $\vec{v}$ هو العدد

$$\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right).$$

الجداء السلمي في الفضاء:

تعريف: في الفضاء، من أجل كل شعاعين $\vec{u}$، $\vec{v}$ توجد ثلاث نقط A، B، C من نفس المستوي (p) تحقق: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$، $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$، الجداء السلمي لـ $\vec{u}$، $\vec{v}$ في الفضاء هو نفسه جداؤهما السلمي في (p).

خواص: كل الخواص المعروفة في المستوي تبقى صحيحة في نفس المستوي من الفضاء.

وفيما يلي ملخص لأهمها: $\vec{u}$، $\vec{v}$ شعاعان في الفضاء، k عدد حقيقي.

$\vec{u}.\vec{u}=\|\vec{u}\|^2$ ، $\vec{u}.\vec{v}=\vec{v}.\vec{u}$ ، $(k\vec{u})\vec{v}=k(\vec{u}.\vec{v})$ ، $\|\vec{u}+\vec{v}\|^2=\|\vec{u}\|^2+2\vec{u}.\vec{v}+\|\vec{v}\|^2$

$k(\vec{u}+\vec{v})=k\vec{u}+k\vec{v}$.

تعامدشعاعين في الفضاء:

تعريف: يتعامد شعاعان في الفضاء إذا وفقط إذا انعدم جداؤهما السلمي.

حالة خاصة: الشعاع المعدوم "$\vec{0}$" يعامد كل أشعة الفضاء.

العبارة التحليلية: في المستوي المنسوب إلى معلم م م، من أجل الشعاعين $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$، $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ نجد: $\boxed{\vec{u}.\vec{v}=x.x'+y.y'}$. وفي الفضاء، من أجل $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$، $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$ يكون: $\boxed{\vec{u}.\vec{v}=x.x'+y.y'+z.z'}$

المسافة بين نقطتين: (تذكير وتتمة)

نتيجة: في المستوي السابق، من أجل النقطتين $A(x,y)$ ، $B(x',y')$ لدينا: $AB=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}$ ، وفي الفضاء، من أجل $A(x,y,z)$ ، $B(x',y',z')$ يكون: $AB=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$.

III/ تطبيق:

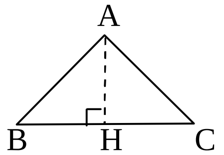
أنظر عمود الأنشطة

الأنشطة المقترحة وطبيعتها

نشاط1: (الجداء السلمي)

ABC مثلث متقايس الأضلاع طول ضلعه2، وH المسقط العمودي لـ A على (CB).

أحسب كلا من: $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BH}$ ، $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ ، $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AH}$ ، $\overrightarrow{AC}(\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{HA})$.



نشاط2:

ABCD مربع طول ضلعه3 و I و J معرفتان كما يلي: $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

1/ أحسب $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BJ}$ ، ماذا تستنتج؟

2/ نعتبر A(-2,-1)، B(-3,2) عين معادلة للدائرة التي [AB] قطرها.

3/ أدرس المجموعة المعرفة بالمعادلة:

$$x^2+y^2+2x-4y+8=0$$

تطبيق1) في الفضاء السابق نعتبر $A(-1,-2,0)$ ، $B(3,1,-2)$ ، $C(-2,0,1)$ ، $D(2,-1,0)$.

1) هل المستقيمان (AB) ، (CD) متعامدان؟ والمستقيمان (AB) ، (AC)؟

2) أحسب الأطوال: AB ، BC ، CD ، AD.

تطبيق2) من رقم1 إلى11 ص208، 209.

توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة

- نعمم تعريف الجداء السلمي في المستوي إلى الفضاء، نراجع بهذه المناسبة الجداء السلمي في المستوي. ونستعمل التعبير " شعاع يعامد مستو".
- من المفروض تكتب هذه الفقرة كما يلي: نراجع بهذه المناسبة الجداء السلمي في المستوي.
- نعمم تعريف الجداء السلمي في المستوي إلى الفضاء، ونستعمل التعبير " شعاع يعامد مستو". بدل الترتيب السابق.

ملاحظة: **بالنسبة لـ ((التعبير " شعاع يعامد مستو")) يؤجل إلى المذكرة القادمة.**

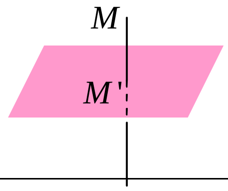
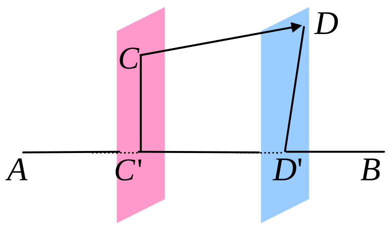
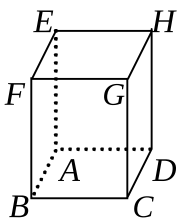
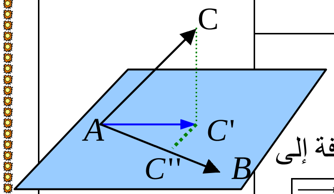
الرقم:33/02

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:..............................	**الوحدة:** الهندسة في الفضاء
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** الجداء السلمي في الفضاء وتطبيقات له.

المكتسبات القبلية:

- **الكفاءات القاعدية:** توظيف الجداء السلمي لإثبات تعامد مستويين، تعامد مستقيم ومستو .

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط1: A ، B نقطتان من المستوي (p) ، و C نقطة ليست منه. ليكن C' المسقط العمودي لـ C على (p) . بين أن $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}}$. (يمكن استخدام التعامد وعلاقة شال مع C' و $\overrightarrow{AC}$).	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **التعامد في الفضاء:** **الإسقاط العمودي:**  **تعريف:** (p) مستو، و M نقطة من الفضاء. يوجد مستقيم وحيد يشمل M ويعامد (p) في نقطة وحيدة 'M تسمى المسقط العمودي لـ M على (p) . **نتيجتان:** 1) A ، B نقطتان من المستوي (p) ، و C نقطة ليست من (p) . ليكن C' المسقط العمودي لـ C على (p) . نجد $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}}$. وإضافة إلى ذلك إذا كان C'' المسقط العمودي لـ C' على (AB) نجد: $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC''}}$ 2) من أجل أربع نقط نجد: $\boxed{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{C'D'}}$. مثال: المكعب المقابل طول حرفه a ، أحسب بدلالة a $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{EG}$.   **III/ تطبيق:** ت1) ـ أكتب معادلة لسطح الكرة التي مركزها $w(2,1,0)$ ونصف قطرها $\sqrt{2}$. أكتب معادلة لسطح الكرة التي $[AB]$ قطر لها، حيث $A(1,0,-2)$ ، $B(0,-1,2)$. ت2) في مكعب المثال الأخير أحسب $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{EH}$ ، $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{FH}$. ما هو الوضع النسبي للمستقيم (AE) والمستوي (FGH) ؟ ت3) من رقم21 إلى24 ص210. خاصة رقم21.	ونستعمل التعبير " شعاع يعامد مستو". 

الرقم: 03/ 33

المؤسســـــة:	المستـــوى: 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	ميدان التعلم: هندسة
التاريـــــخ:	الوحدة: الهندسة في الفضاء
توقيت الحصـة:.	موضوع الحصة: تعيين معادلة ديكارتية لمستو.

المكتسبات القبلية:

- **الكفاءات القاعدية:** توظيف الجداء السلمي لتعيين معادلة ديكارتية لمستو.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$، نفرض النقطة $A(1,0,3)$ والشعاع $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$. وليكن (p) المستوي الذي يشمل A ويعامد $\vec{v}$. و $M(x,y,z)$ نقطة كيفية من (p). 1) هل هناك مواضع خاصة تأخذها M ؟ في حالة نعم، هل $\vec{v}$ يعامد $\overrightarrow{AM}$ ؟ 2) في الحالة العامة ماذا يحقق $\vec{v}$، $\overrightarrow{AM}$ ؟ أكتب هذا الشرط بالعبارة التحليلية.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. **المعادلة الديكارتية لمستو:** **تعريف:** $\vec{u}$، $\vec{v}$ شعاعان غير مرتبطين خطيا من مستو (p). كل شعاع عمودي عليهما هو عمودي على (p). **نتيجة:** الشعاع العمودي على مستو عمودي على كل أشعته. **تعيين (تمييز) مستو:** $\vec{u}$ شعاع غير معدوم، و A نقطة من الفضاء. مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق $\vec{u}.\overrightarrow{AM}=0$ هي المستوي (p) المار من A والعمودي على $\vec{u}$. (نسمي $\vec{u}$ شعاعا ناظميا لـ (p)). **خاصية:** كل مستو له شعاع ناظمي $\vec{n}(a,b,c)$ يقبل معادلة ديكارتية من الشكل $ax+by+cz+d=0$ حيث d عدد حقيقي. **حالات خاصة:** ـ المستوي $(o,\vec{i},\vec{j})$ معرف بالمعادلة $z=0$. ـ المستوي $(o,\vec{j},\vec{k})$ معرف بالمعادلة $x=0$ ـ المستوي $(o,\vec{i},\vec{k})$ معرف بالمعادلة $y=0$. * $\vec{n}$، $\vec{n'}$ شعاعان ناظميان للمستويين (p)، (p')، نجد: $(p')//(p)$ معناه $\vec{n'}//\vec{n}$ (أي $\vec{n}$، $\vec{n'}$ مرتبطين خطيا أي $\vec{n}=k\vec{n'}$). $(p')\perp(p)$ معناه $\vec{n'}\perp\vec{n}$ (أي $\vec{n}.\vec{n'}=0$). **III/ تطبيق: ت1)** نعتبر النقط $A(1,-1,2)$، $B(-2,0,1)$، $C(1,0,-3)$. 1- بين أنها تعين مستويا.(لاحظ أن $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{AC}$ لهما المركبة الثانية فقط متساوية). 2- جد شعاعا ناظما لهذا المستوي. (افرضه $\vec{v}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ ولاحظ أنه يعامد كلا من $\overrightarrow{AB}$، $\overrightarrow{AC}$، وحل جملة معادلتين بثلاث مجاهيل، يمكن إعطاء قيمة كيفية لأحدها " $c=3$ مثلا لتفادي الكسور" تجد4، 15، 3). 3- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC). 4- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (π) الذي يشمل المبدأ ويوازي (ABC). **ت2)** من رقم12 إلى 20 ص209.	تعالج مسائل يتطلب حلها استعمال الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية.

<table>
<tr><td>المؤسسة:
السنة الدراسية:2015 / 2016.
التاريخ: ....
توقيت الحصة:.</td><td>المستوى: 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
ميدان التعلم: هندسة
الوحدة: الهندسة في الفضاء
موضوع الحصة: المسافة بين نقطة ومستو.</td></tr>
<tr><td colspan="2">المكتسبات القبلية:
الكفاءات القاعدية: توظيف الجداء السلمي لحساب المسافة بين نقطة ومستو.
مؤشرات الكفاءة:</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>الأنشطة المقترحة وطبيعتها</th><th>الإنجاز (سير الحصة)</th><th>توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة</th></tr>
<tr><td>نشاط: يعطى بعد النقطة $A(x_A,y_A,z_A)$ عن المستوي $(p): ax+by+cz+d=0$ بالعبارة $\boxed{\dfrac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.
أحسب بعد كل من $A(0,-2,1)$، $B(2,1,1)$ عن المستوي $(\pi): x-2y+z-1=0$.
ماذا تستنتج؟</td><td>I/ تمهيد: في المستوي: ـ بعد نقطة عن مستقيم ـ المرجح.
II/ العرض: الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.
بعد نقطة عن مستو:
نتيجة:(نقبلها) في معلم متعامد ومتجانس للفضاء، ليكن المستوي $(p): ax+by+cz+d=0$ حيث $(a,b,c)\neq(0,0,0)$. والنقطة $A(x_A,y_A,z_A)$.
البعد بين A و (p) هو العدد $\boxed{\dfrac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.
مثال: من أجل $(p): 2x+y-2z+5=0$ و $A(1,1,1)$ نجد المسافة: 2.
المرجح:
تعريف: لتكن الجملة $\{(A_1,a_1),(A_2,a_2),...,(A_n,a_n)\}$ حيث $\sum_{i=1}^{n}a_i\neq0$، توجد نقطة وحيدة G تحقق $a_1\overrightarrow{GA_1}+a_2\overrightarrow{GA_2}+...+a_n\overrightarrow{GA_n}=\vec{0}$، تسمى G مرجح هذه الجملة.
(حالة خاصة: من أجل $a_1=a_2=...=a_n$ تسمى G مركز ثقل الجملة).
مبرهنة: من أجل أي نقطة M من الفضاء نجد:
$\boxed{a_1\overrightarrow{MA_1}+a_2\overrightarrow{MA_2}+...+a_n\overrightarrow{MA_n}=(a_1+a_2+...+a_n)\overrightarrow{MG}}$
إثبات(سهل)
III/تطبيق:
ت1) نعتبر المستوي $(p): 2x+y-2z+5=0$ ولتكن النقط $A(1,2,2)$، $B(-1,1,2)$، $C(2,-5,2)$، $D(0,5,5)$. ولتكن $A_0(\alpha,\beta,\gamma)$ المسقط العمودي لـA على (p).
أ ـ أحسب بعد كل من هذه النقط عن (p).
ب ـ احسب مركبات الأشعة $\overrightarrow{AA_0}$، $\overrightarrow{BC}$، $\overrightarrow{BD}$. وبين أن B، C، D ليست على استقامة واحدة.
جـ ـ أحسب إحداثيات A_0.(بالاعتماد على $\overrightarrow{AA_0}.\overrightarrow{BC}$، $\overrightarrow{AA_0}.\overrightarrow{BD}$ وعلى انتماء A_0 إلى (p))
تحقق من صحة هذا اعتمادا على السؤال أ. (هام جدا الفرع جـ ـ لا يقدم للتلاميذ قبل حله من قبل الأستاذ؟)
ت2) من رقم25 إلى30 ص210.</td><td>تعالج مسائل يتطلب حلها استعمال الجداء السلمي و/أو عبارته التحليلية.</td></tr>
</table>

المؤسســـــة:	المستــــوى: 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية:2015 / 2016.	ميدان التعلم: هندسة
التاريـــــــخ:	الوحدة: الهندسة في الفضاء
توقيت الحصــة:.	موضوع الحصة: تعيين مجموعات نقط من الفضاء.

المكتسبات القبلية:

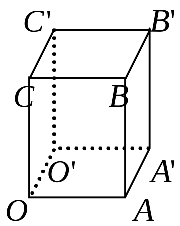
- **الكفاءات القاعدية:** توظيف الجداء السلمي لتعيين مجموعات نقط.

مؤشرات الكفــاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة

نشاط:

كل الحصة عبارة عن أنشطة



I/ تمهيد:

II/ العرض:

III / تطبيق:

نعتبر المكعب $OABCO'A'B'C'$ ولتكن J منتصف $[OA]$ و G مرجح الجملة $\{(O,1);(A,1);(C,3)\}$. نتخذ حرف المكعب كوحدة في الحسابات.

I) 1) تحقق أن الشعاعين $\overrightarrow{CJ}$، $\overrightarrow{CG}$ مرتبطان خطيا، ثم أنشئ G. (حل: استعمل خواص المرجح)

2) ما هي إحداثيات G في المعلم $(O,\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OO'})$؟

II) 1) M نقطة كيفية من الفضاء، عبر عن $\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}$ بدلالة $\overrightarrow{MG}$.

2) عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث:

$(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{MB}=0$. (حل: استعمل Gتجد الكرة المعرفة بالقطر[GB])

III) 1) عين (F) مجموعة النقط M من الفضاء حيث:

$(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MC})=0$ (حل: استعمل Gتجد المستوي يشملG ويعامد الشعاعGC)

2) تحقق أن الشعاعين $\overrightarrow{BG}$ و $\overrightarrow{CJ}$ متعامدان واستنتج أن $B\in(F)$، وبين أن $B'\in(F)$.

(حل: استعمل الإحداثيات)

3) أنشئ تقاطعات (F) مع أوجه المكعب.

IV) عين (H) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{B'G}=2$.

(حل: استعمل الإحداثيات واكتب الشرط السابق على شكل معادلة)

V) 1) باستعمال المعلم المذكور سابقا أحسب GO^2، GA^2 و GC^2. (جواب: 0.4 ، 1 ، 0.2)

2) M نقطة من الفضاء، عبر عن $MO^2+MA^2+3MC^2$ بدلالة MG^2.

(حل: بعلاقة شال و G تجد: 5MG +2)

3) نسمي (L) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $MO^2+MA^2+3MC^2=4$.

a) بين أن $O\in(L)$. (حل: استعن بالسؤال السابق و الإحداثيات)

b) تحقق من التكافؤ: " $M\in(L)$ إذا وفقط إذا $MG^2=k^2$ " حيث k عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(جواب: جذر 2 على5)

c) استنتج طبيعة (L) ثم أنشئ تقاطع (L) مع الوجه $OABC$ للمكعب.

(جواب: كرة مركزها G ونصف قطرها k)

تطبيق آخر: ابتداء من رقم31 ص210 وما بعد.

مجموعات النقط المقصودة هنا هي تلك المعرفة كما يلي: مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}.\vec{u}=k$ أو بصفة عامة $aMA^2+bMB^2=k$ (k عدد حقيقي).

الرقم: 06/ 33

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الهندسة في الفضاء
توقيت الحصـة:	**موضوع الحصة:** تمثيل مستقيم في الفضاء.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: استعمال التمثيلات الوسيطية لحل مسائل الاستقامية، التلاقي، انتماء 4 نقط إلى نفس المستوي. الانتقال من جملة معادلتين ديكارتيتين لمستقيم أو معادلة ديكارتية لمستو إلى تمثيل وسيطي، والعكس. **مؤشرات الكفـاءة:**

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. (L) مستقيم من الفضاء و $A(2,1,-1)$ نقطة منه، و $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}$ شعاع توجيه له. نعتبر $M(x,y,z)$ من (L) ـ أحسب مركبات $\overrightarrow{AM}$. ـ ماذا يحقق الشعاعان $\vec{u}$، $\overrightarrow{AM}$.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. **المستقيمات في الفضاء:** **1/ التمثيل الوسيطي لمستقيم في الفضاء:** (D) مستقيم من الفضاء و $A(x_A,y_A,z_A)$ نقطة منه، و $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ شعاع توجيه له. ومنه: $\boxed{\text{تكون النقطة } M(x,y,z) \text{ من } (D) \text{ إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي } s \text{ حيث } \overrightarrow{AM}=s.\vec{u}}$. أي: $\begin{cases}x-x_A=as\\y-y_A=bs\\z-z_A=cs\end{cases}$ مع $s\in R$ أي: $\boxed{\begin{cases}x=as+x_A\\y=bs+y_A\\z=cs+z_A\end{cases} \text{ مع } s\in R}$ نسمي هذه الجملة التمثيل الوسيطي للمستقيم (D). مثال1: (D) مستقيم يشمل $A(1,-2,0)$، والشعاع $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ شعاع توجيه له. مثله وسيطيا. مثال2: أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (L) الذي يشمل النقطتين $B(-1,2,1)$ والمبدأ O. **2/ تمثيل مستقيم بمعادلتين في الفضاء:** **نتيجة:** بما أن مستويين في الفضاء يمكن أن يتقاطعا في مستقيم، وكل منهما معرف بمعادلة ديكارتية، فيمكن تمثيل المستقيم بمعادلتين ديكارتيتين. مثال: تحقق من أن المستويين $(p):x+y-z-1=0$، $(p'):x+2y-2z=0$ يتقاطعان في مستقيم، ثم أكتب تمثيلا وسيطيا له. **III/ تطبيق:** **ت1)** في الفضاء السابق، نعتبر النقط $A(2,1,1)$، $B(3,0,1)$، $C(1,3,3)$، والمستويين $(p_1):x-2y+2z-1=0$، $(p_2):x-3y+2z+2=0$. **1-** هات تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)، وقل هل تعين النقط السابقة مستويا؟ **2-** بين أن المستويين متقاطعان، واكتب تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) مستقيم تقاطعهما. **3-** دون الاعتماد على التمثيل السابق، بين أن C من (Δ) وأن $\vec{v}(2,0,-1)$ شعاع توجيه له. **4-** استنتج بطريقة أخرى تمثيلا وسيطيا لـ (Δ). **5-** أوجد A' المسقط العمودي للنقطة A على (Δ). **6-** أحسب المسافة بين A و (Δ). **ت2)** من رقم1 إلى22 ص226، 227.	نسجل أنه يمكن تمثيل مستقيم بمعادلتين خطيتين.

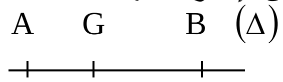
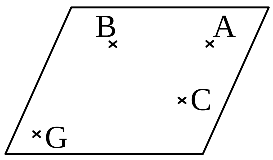
الرقم:07/ 33

المؤسســــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــــخ:	**الوحدة:** الهندسة في الفضاء
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** تمييز مستقيم أو قطعة مستقيمة أو مستو بالمرجح.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: التمييز بالمرجح.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط1: (Δ) مستقيم، A و B نقطتان مختلفتان منه. أ/ باعتبار الشكل التالي  بين أن G مرجح النقطتين A و B بمعاملين مختلفي الإشارة. ب/ نفس السؤال مع الشكل التالي، مع كون الإشارة نفسها.  جـ/ بين أنه إذا كانت G مرجح النقطتين A و B فإنها من المستقيم (AB). **نشاط2:** (p) مستو، A و B و C نقط منه ليست على استقامة واحدة. أ/ اعتمادا على الشكل التالي  بين أن G مرجح النقط A، B و C بمعاملات معينة. ب/ وإذا كانت G مرجح النقط A، B و C فبين أنها من المستوي (p).	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **نتائج:** **نتيجة1:** المستقيم هو مجموعة مراجح نقطتين. **نتيجة2:** القطعة المستقيمة هي مجموعة نقطتين مرفقتين بمعاملين من نفس الإشارة. **نتيجة3:** المستوي هو مجموعة مراجح 3 نقط ليست على استقامة واحدة. **III/ تطبيق:** **ت1)** من رقم على رقم ، ص . **ت2)** أ/ الفضاء منسوب إلى معلم، ونعتبر النقطتين: $A(0;-1;3)$ و $B(4;3;-1)$. 1/ أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB). 2/ تحقق من انتماء النقطة $G(1;0;2)$ له. 3/ جد معاملين حقيقيين يجعلان G مرجح النقطتين A و B. ب/ ليكن المستوي $(p): x-y+z=-2$. 1/ هل النقط $A(1;1;-2)$، $B(2;1;-3)$، $C(2;4;0)$ و $G(-2;-1;-1)$ من هذا المستوي؟ 2/ جد معاملات حقيقية كي يكون G مرجح النقط A، B و C.	نعني بالتمييز بالمرجح، تعريف مستقيم، قطعة مستقيم ومستو، كمجموعة مراجح نقطتين، نقطتين مرفقتين بمعاملين من نفس الإشارة، 3 نقط ليست على استقامة واحدة، على الترتيب.

الرقم:08/ 33

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــــخ:	**الوحدة:** الهندسة في الفضاء
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستو، لمستقيمين.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تحديد الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستو، لمستقيمين.

مؤشرات الكفـاءة:

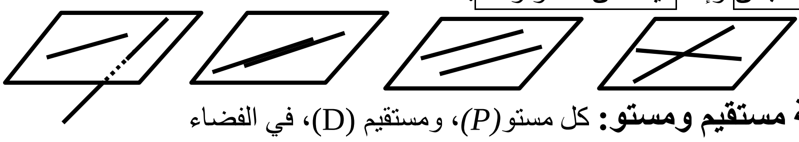
الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: مثل مستقيمين في الفضاء، ثم مستقيم ومستويين، ثم مستويين، ثم ثلاث مستويات. (يمكن الاستعانة بمجسم ـ كالمكعب مثلا ـ لتصور كل الحالات).	(انظر أدناه)	نبرر كيف أنّ دراسة الوضع النسبي لمستويين أو لمستقيم ومستو أو لمستقيمين يؤول إلى حل جملة معادلات خطية.

I/ تمهيد:

II/ العرض:

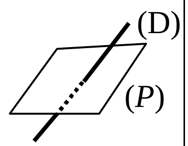
المستقيمات والمستويات في الفضاء:

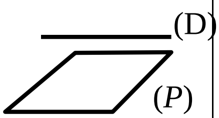
وضعية مستقيمين: كل مستقيمين في الفضاء هما: إما $\boxed{\text{متقاطعان}}$ وإما $\boxed{\text{متوازيان تماما}}$ وإما $\boxed{\text{متطابقان}}$ وإما $\boxed{\text{ليسا من مستو واحد}}$.

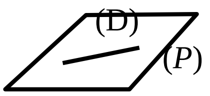


وضعية مستقيم ومستو: كل مستو (P)، ومستقيم (D)، في الفضاء لهما إحدى الوضعيات الثلاثة التالية:

- لـ (P) و(D) نقطة واحدة فقط مشتركة، فهما متقاطعان.
- لا توجد أية نقطة مشتركة بين (P) و (D) ، فهما متوازيان.
- كل نقط (D) من (P)، فهما متوازيان.







وضعية مستويين: إذا كان (p_1) ، (p_2) مستويين في الفضاء فإنهما:

- إما أن يشتركا في مستقيم فقط، فهما متقاطعان.
- وإما ألا يشتركا في أية نقطة فهما متوازيان.
- وإما أن تكون لهما نفس النقط فهما متوازيان (متطابقان).

وضعية ثلاثة مستويات: (p_1) ، (p_2) ، (p_3) مستويات، نلخص وضعها فيما يلي:

- (p_1) ، (p_2) متقاطعان، و $(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=\phi$.
- (p_1) ، (p_2) متقاطعان في (d) ، و $(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=(d)$.
- (p_1) ، (p_2) متقاطعان، و $(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=(A)$.
- (p_1) ، (p_2) متطابقان، و $(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=\phi$.
- (p_1) ، (p_2) و (p_3) متطابقة جميعا.
- (p_1) ، (p_2) متطابقان، و $(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)=(d)$ حيث (d) مستقيم.
- (p_1) ، (p_2) و (p_3) منفصلة مثنى مثنى.
- (p_1) ، (p_2) منفصلان (متوازيان)، و (p_3) قاطع لهما.

III/ تطبيق:

ت1) في الفضاء المنسوب إلى معلم م م، نعتبر المستويات التالية

$(p_1): 2x-y-2z-1=0$ ، $(p_2): -x+4y+z-3=0$ و

$(p_3): 4x-2y-4z-5=0$.

1- حدد شعاعا ناظما لكل منها. **2-** أدرس الوضع النسبي لـ (p_1) ، (p_2) ثم لـ (p_1) ، (p_3) . واكتب تمثيلا وسيطيا لمستقيم التقاطع في حالة وجوده.

ت2) من رقم 23 فما بعد ص227 وما بعد.

الرقم:09/ 33

المؤسسـ ـ ـ ـة:	المستـ ـ ـوى: 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية:2015 / 2016.	ميدان التعلم: هندسة
التاريـ ـ ـ ـ ـخ:	الوحدة: الهندسة في الفضاء
توقيت الحصـة:.	موضوع الحصة: حل مسائل وتمارين.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تعيين تقاطع مستويين، مستقيم ومستو، مستقيمين.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: كل الحصة عبارة عن أنشطة	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **III/ تطبيق :** **ت1)** في الفضاء المنسوب إلى معلم م م ، نعتبر المستويات التالية $(p_1): 4x+y+z+10=0$ ، $(p_2): 2x+y+3=0$ و $(p_3): 2x-y+2z-1=0$. **1-** ما هو وضعهم النسبي؟ **2-** ليكن (d) مستقيم تقاطع (p_1) ، (p_2). مثله وسيطيا واذكر شعاع توجيه له. **3-** أدرس الوضع النسبي لـ (d) و (p_3). **4-** استنتج $(p_1)\cap(p_2)\cap(p_3)$. **ت2) رقم 29 ص228:** حل في R^3 ثم أعط تفسيرا هندسيا الجملتين التاليتين: $\begin{cases} 2x-y-7z+26=0 \\ x+y-2z+7=0 \\ -x-2y+z-3=0 \end{cases}$ .....(1) (الجواب: المستقيم $\begin{cases} x=3k-11 \\ y=-k+4 \\ z=k \end{cases}$). $\begin{cases} 4x+2y-z+2=0 \\ x+y-2z=0 \\ -x-2y+z+1=0 \end{cases}$ ......(2) (الجواب: النقطة $A(-1,1,0)$).	نتطرق إلى تقاطع 3 مستويات الذي يؤدي إلى حل جملة ثلاث معادلات خطية بثلاثة مجاهيل.

الرقم:10/ 33

المؤسســـة:	**المستــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** التعرف على الأعداد المركبة، والحساب عليها.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركبة.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	*الإنجاز (سير الحصة)*	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة ـ

نشاط:

a عدد حقيقي معطى، ولتكن المعادلة
$x^2 = a...(1)$

ـ حل وناقش (1) في R.

ـ نضع $a=-1$، ونفرض أن لـ(1) حل هو i. وهو غير حقيقي. ماذا يحقق i؟

ـ أحسب وبسط ما يلي:
$(2+3i)-(-1+i)$، $(-2-i)\times(1+i)$، $i(1-i)$، i^2، i^1، i^0، i^3، i^4.

I/ تمهيد:

II/ العرض:

الأعداد المركبة:

تعريف:
كل عدد z يكتب على الشكل $z = x+iy$، حيث نقبل أن $i^2=-1$، نسميه عدد ا مركبا.

ملاحظات:

ـ نرمز لمجموعة كل الأعداد المركبة بـC.

ـ العدد الحقيقي x يسمى الجزء الحقيقي للعدد المركب z، ونرمز له بـ$\mathrm{Re}(z)$.

ـ العدد الحقيقي y يسمى الجزء التخيلي للعدد المركب z، ونرمز له بـ$\mathrm{Im}(z)$.

ـ إذا كان $y=0$، نقول إن z حقيقي.

ـ إذا كان $x=0$، نقول إن z تخيلي صرف (أو تخيلي محض، أو تخيلي بحت).

ـ يكون z معدوما إذا وفقط إذا كان x، y معدومين معا.

ـ الكتابة $z=x+iy$ تسمى الشكل الجبري للعدد المركب z.

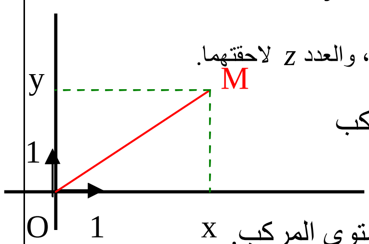
تساوي عددين مركبين:

نتيجة: يتساوى العددان $z=x+iy$، $z'=x'+iy'$ إذا وفقط إذا كان: $x=x'$ و $y=y'$.

التمثيل الهندسي لعدد مركب:

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، وليكن العدد المركب $z = x+iy$.

ـ النقطة$M(x,y)$ تسمى صورة z، والشعاع $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\overrightarrow{OM}$ أيضا صورته، والعدد z لاحقتهما.



ـ كل نقطة من المستوي صورة لعدد مركب وحيد، وكل عدد مركب لاحقة لنقطة وحيدة في المستوي.

ـ محور الفواصل نسميه المحور الحقيقي، ومحور التراتيب المحور التخيلي. والمستوي يسمى في هذه الحالة المستوي المركب.

III/ تطبيق:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس$(o,\vec{i},\vec{j})$. ولتكن النقطA، B، C التي لواحقها على الترتيب هي: $z=-2+i$، $q=2i$، $w=\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

ـ أحسب $z+q$، $w-q$، $q\times w$، z^2.   ـ أنشئ النقط السابقة.

ـ عين العدد q' لاحقةB' نظيرةB بالنسبة إلى مبدأ المعلم. وz' لاحقةA' نظيرة A بالنسبة إلى محور الفواصل.

ـ نعتبر الآن $t=x+iy$، $g=t+z+x^2-x+y$ ولتكن Ω مجموعة النقط$M(x,y)$ من المستوي بحيث يكون: أ) g حقيقيا. ب) g تخيليا صرفا.

* أدرس ثم أنشئ Ω في الحالتين أ) ب).

توجيهات: ندرس الأعداد المركبة في إطار هندسي .

الرقم: 11/ 33

المؤسســـة:	**المستــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:	**موضوع الحصة:** مرافق عدد مركب وخواصه، العمليات الحسابية.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: استعمال خواص مرافق عدد مركب

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ونعتبر العددين $z=x+iy$، $z'=x'+iy'$. 1 أكتب على الشكل الجبري كلا مما يلي: $z+z'$، zz'، $\frac{1}{z}$. 2 اقترح تمثيلا هندسيا لـ z، ثم استنتج تمثيلا للعدد $\bar{z}=x-iy$. 3 بين أن: $\bar{\bar{z}}=z$ $z+\bar{z}=2\mathrm{Re}(z)$ $z-\bar{z}=2i\,\mathrm{Im}(z)$ $z\bar{z}=(\mathrm{Re}(z))^2+(\mathrm{Im}(z))^2$ $\overline{z+z'}=\bar{z}+\bar{z'}$ $\overline{zz'}=\bar{z}.\bar{z'}$ $\overline{z^n}=\bar{z}^n$ $z\neq 0)\ \overline{\left(\frac{1}{z}\right)}=\frac{1}{\bar{z}}\ \ (n\in N^*)$.$(z'\neq 0)\ \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\bar{z}}{\bar{z'}}$.(	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **العمليات الحسابية في مجموعة الأعداد المركبة:** تبقى كل قواعد الحساب المعروفة في R، صحيحة في C، إلا أن $i^2=-1$. **نتائج:** نعتبر العددين $z=x+iy$، $z'=x'+iy'$، نجد: $\boxed{z+z'=(x+x')+i(y+y')}$، $\boxed{z\times z'=(xx'-yy')+i(xy'+x'y')}$. $\boxed{\text{ولكل عدد مركب غير معدوم مقلوب يمكن حسابه ببساطة}}$. أمثلة: علما أن $z=2+i$، $w=-1+2i$ أكتب على الشكل الجبري كلا مما يلي: $z-w$، zw، $\frac{1}{z}$. **مرافق عدد مركب:**	ندرس الأعداد المركبة في إطار هندسي .
	تعريف: نعتبر العدد المركب z حيث $z=x+iy$. العدد المركب $\bar{z}$ حيث $\bar{z}=x-iy$ يسمى مرافق العدد z.	
	أمثلة: أوجد مرافق كل من: $z=-1-i$، $q=5$، $w=-i$. **التفسير الهندسي للمرافق:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$. وليكن العدد المركب $z=x+iy$، و $\bar{z}$ مرافقه، صورتاهما على التوالي A، A'. تكون A' نظيرة A بالنسبة إلى المحور الحقيقي. (الشكل) **خواص مرافق عدد مركب:** z عدد مركب، $\bar{z}$ مرافقه، و $\bar{\bar{z}}$ مرافق مرافقه. $*\boxed{\bar{\bar{z}}=z}$ $*\boxed{z+\bar{z}=2\mathrm{Re}(z)}$ $*\boxed{z-\bar{z}=2i\,\mathrm{Im}(z)}$ $*\boxed{z\bar{z}=(\mathrm{Re}(z))^2+(\mathrm{Im}(z))^2}$ وليكن z' عددا كركبا آخر و $\bar{z'}$ مرافقه، نجد: $*\boxed{\overline{z+z'}=\bar{z}+\bar{z'}}$ $*\boxed{\overline{zz'}=\bar{z}.\bar{z'}}$ $*\boxed{\overline{z^n}=\bar{z}^n\ (n\in N^*)}$. $*\boxed{z\neq 0)\ \overline{\left(\frac{1}{z}\right)}=\frac{1}{\bar{z}}}$.($*\boxed{(z'\neq 0)\ \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\bar{z}}{\bar{z'}}}$. **III/ تطبيق:** من رقم 1 إلى 29 ص 144 إلى 146.	

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة: ساعتان.	**موضوع الحصة:** الطويلة و عمدة لعدد مركب.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: حساب الطويلة و عمدة لعدد مركب غير معدوم.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة

نشاط:

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. ونعتبر الأعداد $z_A=3+4i$، $z_B=2-2i$، $z_C=3i$، $z_D=-1+\sqrt{3}i$، $z_E=-1-i$ لواحق A، B، C، D، E على التوالي.

ـ مثل هذه النقط في المستوي، ثم استنتج الأطوال OA، OB، OC، OD، OE.

ـ استنتج أقياسا بالراديان للزوايا الموجهة $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA})$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB})$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OC})$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OD})$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OE})$. هل توجد أقياس أخرى لهذه الزوايا؟

I/ تمهيد:

II/ العرض:

طويلة وعمدة عدد مركب:

الطويلة:

تعريف: نعتبر العدد المركب z حيث $z=x+iy$.

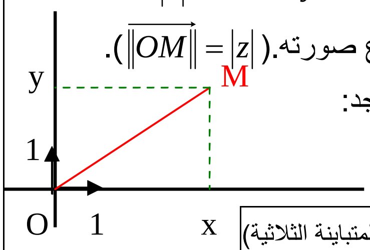
العدد الموجب $|z|$ حيث $|z|=\sqrt{x^2+y^2}$ يسمى طويلة العدد z.

أمثلة: $|1+\sqrt{3}i|$، $|-3+4i|$، $|3|$، $|-5i|$، $\left|\frac{1}{2}i\right|$.

ملاحظات: 1ـ طويلة عدد حقيقي هي قيمته المطلقة.

2ـ العدد الوحيد الذي طويلته معدومة هو الصفر. 3ـ $z.\bar{z}=|z|^2=x^2+y^2$.

التفسير الهندسي: طويلة عدد مركب هي طويلة الشعاع صورته.($\|\overrightarrow{OM}\|=|z|$).



خواص الطويلة: من أجل أي عددين مركبين z، z'، نجد:

$\boxed{|\bar{z}|=|z|}$ $\boxed{|-z|=|z|}$ $\boxed{|z.z'|=|z|.|z'|}$

$\boxed{\left|\frac{z}{z'}\right|=\frac{|z|}{|z'|}\ (z'\neq 0)}$ $\boxed{|z^n|=|z|^n}$ $\boxed{|z+z'|\leq|z|+|z'|}$ (المتباينة الثلاثية)

الإثبات: (سهل) (المتباينة الثلاثية تبرر بالتمثيل البياني هندسيا للأشعة)

ملاحظة: في المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ إذا كانت A، B نقطتين لاحقتاهما z_A، z_B، فإن: $\boxed{OA=|z|}$، $\boxed{AB=|z_A-z_B|}$.

العمدة:

تعريف: z عدد مركب غير معدوم، حيث $z=x+iy$. والمستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$، ولتكن M صورة z.

نسمي عمدة للعدد المركب z ونرمز لها بـ$\arg(z)$، كل قيس بالراديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM})$

أمثلة: $\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$، $-1+\sqrt{3}i$، 3، $-5.i$، $\frac{1}{2}i$. مثل هذه الأعداد واستنتج عمدا لها.

ملاحظات: 1) كل عدد مركب له عدد غير منته من العمد، حيث إذا كانت q عمدة لـ z، فإن $q+2k\pi(k\in Z)$ كذلك عمدة لـه، ونكتب $\arg(z)\equiv q[2\pi]$.

2) A و B نقطتان لاحقتاهما z_A، z_B، على التوالي. نجد: $\overrightarrow{AB}$ لاحقة z_B-z_A، و:

ـ $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB})-(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA})$ (من علاقة شال)، أي: $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=\arg(z_B)-\arg(z_A)$.

3) الصفر ليس له عمدة.

III/ تطبيق:

من رقم30 إلى40 ص146. خاصة31. 36. 37.

توجيهات ـ تعاليق: ندرس الأعداد المركبة في إطار هندسي.

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** الكتابات المختلفة لعدد مركب، ترميز أولير : e^{ia}

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي و العكس

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها

نشاط:

نضع: $z=\sqrt{3}+i$.

- أحسب $|z|$، $\arg(z)$.
- نعتبر $\arg(z)=q$، أكتب العدد $q(\cos q+i\sin q)$ على الشكل الجبري.

الإنجاز (سير الحصة)

I/ تمهيد:

II/ العرض:

في كامل الحصة المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ}\right)$.

الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم:

تعريف: يمكن كتابة أي عدد مركب غير معدوم على الشكل $z=r(\cos q+i\sin q)$، حيث $r=|z|$، $q=\arg(z)$.

ملاحظتان:

- كل نقطة M في المستوي تعرف بإحداثياتها الديكارتية $M(x,y)$، أو بإحداثياتها القطبية $M(r,q)$، حيث $OM=r$، $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OM})=q$.
- بمقارنة الشكل الجبري $z=x+iy$ مع الشكل المثلثي $z=r(\cos q+i\sin q)$ نجد: $\boxed{x=r\cos q}$، ، ومنه $\boxed{\cos q=\frac{x}{r}}$، $\boxed{\sin q=\frac{y}{r}}$

خواص:

1- يتساوى عددان مركبان إذا وفقط إذا كان لهما نفس الطويلة، وعمدتاهما متوافقتان بترديد 2π.

2- إذا كان $\boxed{z=l(\cos q+i\sin q)}$، وكان $\boxed{l>0}$ فإن $\boxed{|z|=l}$، و $\boxed{q=\arg(z)}$.

3- من أجل أي عددين مركبين z، z'، نجد: $\boxed{\arg(z.z')=\arg z+\arg z'}$، $\boxed{\arg(\frac{z}{z'})=\arg z-\arg z'}$، $\boxed{\arg(z^n)=n.\arg z...(n\in N^*)}$.(للإثبات استخدم دساتير الجمع)

III/ تطبيق:

من رقم41 إلى47 ص147.

توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة

ندرس الأعداد المركبة في إطار هندسي .

يرمز e^{ia} للعدد المركب $\cos a+i\sin a$

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية:2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة: ساعة واحدة.	**موضوع الحصة:** الكتابات المختلفة لعدد مركب، ترميز أولير e^{ia}.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي و العكس

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة ـ
نشاط: q عدد حقيقي، نقبل أن $\cos q + i\sin q = e^{iq}$. أكتب كل عدد مما يلي على الشكل المثلثي، ثم الجبري: $e^{i\frac{\pi}{4}}$، $e^{i\pi}$، $2e^{-i\frac{\pi}{6}}$.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** في كامل الحصة المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. **الشكل الأسي لعدد مركب غير معدوم:** **تعريف1:** كل عدد مركب z طويلته 1 و q عمدة له يكتب على الشكل $z=\cos q+i\sin q=e^{iq}$ تسمى الكتابة e^{iq} ترميز أولر. **تعريف2:** كل عدد مركب z طويلته r و q عمدة له يكتب على الشكل $z=re^{iq}$. تسمى هذه الكتابة الشكل الأسي للعدد z. **خواص:** q، q' عددان حقيقيان. $\boxed{e^{i(q+q')}=e^{iq}.e^{iq'}}$ $\boxed{e^{i(q-q')}=\frac{e^{iq}}{e^{iq'}}}$ $\boxed{\overline{e^{iq}}=e^{-iq}}$. أمثلة: أكتب على الشكل الأسي كل عدد مما يلي: $z_1=1+i$، $z_2=-1+\sqrt{3}i$، $z_3=2-2i$، $z_4=-\sqrt{3}-i$. **دستور موافر:** من أجل كل عدد مركب z طويلته 1 و q عمدة له، وكل عدد طبيعي n غير معدوم، نجد: $\boxed{\left(e^{iq}\right)^n=e^{inq}}$، أي: $\boxed{(\cos q+i\sin q)^n=\cos nq+i\sin nq}$ **III/ تطبيق:** من رقم48 إلى55، ص147.	ندرس الأعداد المركبة في إطار هندسي . يرمز e^{ia} للعدد المركب $\cos a + i\sin a$

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** **الأعداد المركبة**
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** دراسة مجموعة نقط باستعمال الأعداد المركبة.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: التعبير عن خواص لأشكال هندسية باستعمال الأعداد المركبة.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	***الإنجاز (سير الحصة)***	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: كل الحصة عبارة عن أنشطة (تنويه: إذا كان مستوى التلاميذ ضعيفا فنقترح أن تعطى للعددين q، k الواردين في السؤالين أ ـ و ـ ب قيمتين عدديتين بدل القيمتين الحرفيتين).	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** في كامل الحصة المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. **III/ تطبيق:** نضع $z_0 = 2+2i$ ، $z = ke^{iq}$ ، $L = z_0 + z$. صورها على الترتيب A_0 ، A ، M . حيث k عدد حقيقي موجب. لتكن S مجموعة النقط M في المستوي عندما يتغير k في R^+ ، و q في R . أـ نفرض أن q ثابت، أدرس المجموعة S . أنشئها من أجل $q = \frac{25}{4}\pi$. ب ـ نفرض أن k ثابت، أدرس المجموعة S . أنشئها من أجل $k = 2$.	نقترح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات نقط و/أو استعمال المرجع - نميز دائرة مركزها النقطة W ذات اللاحقة z_0 أو نصف مستقيم مبدؤه W بعلاقة من الشكل $z = z_0 + k\,e^{iq}$ ، k ثابت موجب و q يمسح R عندما يتعلق الأمر بالدائرة أو q ثابت و k يمسح R^+ عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.

المؤسســـة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية:2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** حل مسائل (الطويلة والعمدة)

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	***الإنجاز (سير الحصة)***	توجيهات - تعاليق - أمثلة لأنشطة
تطبيق2: نعتبر عددين z، z' حيث $z'\neq 0$. نريد إثبات الخواص المتعلقة بالطويلة والعمدة استخدم (ترميز أولير). $\boxed{\lvert\bar{z}\rvert=\lvert z\rvert}$ $\boxed{\lvert -z\rvert=\lvert z\rvert}$ $\boxed{\lvert z.z'\rvert=\lvert z\rvert.\lvert z'\rvert}$ $\boxed{\left\lvert\frac{z}{z'}\right\rvert=\frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}\ (z'\neq 0)}$ $\boxed{\lvert z^n\rvert=\lvert z\rvert^n}$ $\boxed{\arg(z.z')=\arg z+\arg z'}$، $\boxed{\arg(\frac{z}{z'})=\arg z-\arg z'}$، $\boxed{\arg(z^n)=n.\arg z...(n\in N^*)}$ (المتباينة الثلاثية تبرر بالتمثيل البياني هندسيا للأشعة)	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **III/ تطبيق:** **تطبيق1:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$، ونعتبر النقط A، B، C. التي لواحقها على الترتيب $z_A=-i\sqrt{3}$، $z_B=3+2i\sqrt{3}$، $z_C=-3+2i\sqrt{3}$. 1) أحسب $\lvert z_B-z_A\rvert$، $\left\lvert\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\right\rvert$، $\arg(z_B-z_A)$، $\arg(\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A})$. 2) أعط تفسيرا هندسيا تاما للحسابات السابقة(جواب: مثلث متقايس أ). ثم أنشئ النقط الثلاثة.	- يدرج تفسير طويلة وعمدة العددين z_A-z_B و $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_D}$ واستعمالهما في حل مسائل هندسية. - نبرهن الدساتير المتعلقة لطويلة وعمدة جداء أو حاصل قسمة عددين مركبين غير معدومين، نبين عندئذ أهمية ترميز أولير. (نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقا في حساب المثلثات).

المؤسســـة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:	**موضوع الحصة:** حل مسائل بتوظيف دستور موافر وترميز أولير

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: توظيف دستور موافر لحل مسائل في الأعداد المركبة وفي الهندسة.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: رقم121ص154 يعطى العددان المركبان: $z_1=\dfrac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$ ، $z_2=1-i$. 1ـ أكتب الشكل المثلثي لكل من z_1 ، z_2 ، $\dfrac{z_1}{z_2}$. 2ـ أكتب $\dfrac{z_1}{z_2}$ على الشكل الجبري. 3ـ استنتج $\cos\dfrac{\pi}{12}$ ، $\sin\dfrac{\pi}{12}$.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **III/ تطبيق:** **مسألة1:** (الهدف هو إثبات دستورين أساسيين من دساتير التحويل المدروسة في السنة الثانية بتوظيف ترميز أولير $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ ، و $\sin(\alpha+\beta)=\cos\alpha\sin\beta+\cos\beta\sin\alpha$). * α ، β عددان حقيقيان، ونعتبر $z=e^{i\alpha}$ ، $z'=e^{i\beta}$. ـ أكتب z ، z' على الشكل المثلثي، واعتمادا عليه انشر وبسط $z'.z$ على الشكل الجبري. ـ هات ترميز أولير لـ $z'.z$ ، ثم اكتبه على الشكل المثلثي. ـ استنتج المطلوب. **مسألة2:** نريد البحث عن الجذور الخماسية (من الرتبة5) لعدد، بتوظيف دستور موافر. نعتبر مثلا $z=16\sqrt{2}+i16\sqrt{2}$ ، وليكن $w=re^{i\theta}$ أحد جذوره الخمسة. ـ أكتب الشكل المثلثي لكل من: z ، w ، w^5 . ـ أذكر الشرط الذي يحققه z ، w . ـ استنتج r طويلة w ، واستنتج المطلوب.	(نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقا في حساب المثلثات).

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** المعادلات من الدرجة2 في C.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: حلّ معادلة من الدرجة الثانية.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: أعداد مركبة ثابتة c،b،a حيث $a\neq 0$، و z متغير مركب. بين أن: $a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]=az^2+bz+c$.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **تساوي عددين مركبين:**(تذكير) **مبرهنة:** نعلم أنه يتساوى العددان المركبان z، z' إذا وفقط إذا كان: $\lvert z\rvert=\lvert z'\rvert$، و $\mathrm{Re}(z)=\mathrm{Re}(z')$، و $\mathrm{Im}(z)=\mathrm{Im}(z')$. **الجذران التربيعيان لعدد مركب:** **تعريف:** z عدد مركب، العدد المركب w الذي يحقق $w^2=z$ يسمى الجذر التربيعي لـ z. **أمثلة:** أ- بين أن $2-i$، $-2+i$ هما الجذران التربيعيان لـ $3-4i$. ب - هل 3، -3، $-3i$، $3i$ جذور تربيعية للعدد -9؟ جـ - أوجد كل الجذور التربيعية للعدد $-2i$. (الجواب: $z_1=1-i$، $z_2=-1+i$). **ملاحظة:** كل عدد مركب له جذران تربيعيان فقط، و هما متناظران. **المعادلات من الدرجة الثانية في C:** ليكن c،b،a أعداد مركبة ثابتة حيث $a\neq 0$، و z متغير مركب. ولتكن المعادلة $az^2+bz+c=0....(1)$. ـ العدد Δ حيث $\Delta=b^2-4ac$ يسمى مميز المعادلة (1). ونجد: (1) تكافئ $a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]=0$ تكافئ $a\left[\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]=0$. وأخيرا: $\boxed{az^2+bz+c=0 \text{ تكافئ } \left(z+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{\Delta}{4a^2}}$، ومنه الخلاصة التالي: ـ إذا كان $\Delta=0$ المعادلة (1) تقبل حلا مضاعفا في C هو: $-\frac{2b}{a}$. ـ إذا كان $\Delta\neq 0$ المعادلة (1) تقبل حلين مختلفين في C هما z_1، z_2 حيث: $z_1=\frac{-b-w}{2a}$، $z_1=\frac{-b+w}{2a}$. حيث w أحد الجذرين التربيعيين لـ Δ. ويكون $az^2+bz+c=a(z-z_1).(z-z_2)$. **أمثلة:** حل في C المعادلات التالية: أ/ $z^2-z+1=0$. ب/ $z^2-4iz-4=0$ جـ/ $z^2+z-6=0$. **III/ تطبيق:** من رقم56 إلى 67 ص148.	ـ نتطرق إلى الجذرين التربيعيين لعدد مكب ـ تقدم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات. تعديل 2009/2008: تؤخذ المعادلات من الدرجة الثانية في C بمعاملات حقيقية فقط.

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:	**موضوع الحصة:** حل معادلات من الدرجة3،4 فيC.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: حلّ معادلات يؤول حلها إلى حلّ معادلة من الدرجة الثانية

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة ـ
نشاط: α عدد مركب غير معدوم. 1ـ أنشر العبارة $[1-i(1+\alpha)]^2$. 2ـ حل في C المعادلة التالية ذات المجهول z : $z^2+[-1+i(1-\alpha)]z+i\alpha+\alpha=0$. نرمز إلى حلي هذه المعادلة بـ z_1 ، z_2 حيث z_2 مستقل عن α. 3ـ نفرض في هذا السؤال إضافة إلى ما سبق أن α تخيلي صرف. أكتب كلا من z_1 ، z_2 على الشكل المثلثي. 4ـ المستوي مزود بمعلم م وم $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. A ، M لاحقتا z_2 ، z على التوالي. ولتكن E_p مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها: $(z-z_2)\overline{(z-z_2)}=2$. تحقق أن المبدأ o ينتمي إلى E_p ، ثم عين E_p.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **III/ تطبيق:** **تمرين1:** حل في C كل معادلة مما يلي: **1/** $z^4-(4-i)z^2-4i=0$ (ربع أولا العددين $4+i$ ، $(\frac{1}{\sqrt{2}}-i\frac{1}{\sqrt{2}})$. **2/** $z^4+3z^2+2=0$. **3/** $z^4-32z^2-144=0$. **تمرين2:** ـ حل في C المعادلة $\frac{1}{2}z^2+(-\frac{1}{2}+i)z-\frac{i}{2}=0$. ـ لتكن المعادلة $z^3+(i-1)z^2+2z-1=0$. ـ بين أنها تقبل حلا تخيليا صرفا، واحسبه. ـ استنتج بقية حلولها.	تقدم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات. تعديل 2009/2008: تؤخذ المعادلات من الدرجة الثانية في C بمعاملات حقيقية فقط.

المؤسســـة:	**المستــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة: ساعة ونصف.	**موضوع الحصة:** الأعداد المركبة والتحويلات النقطية

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تعيين الكتابة المركبة للتحويلات المألوفة (الانسحاب، التحاكي، الدوران).

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: (تذكير وتتمات) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' أي $f(M)=M'$ **أولا:** نفرض أن f انسحاب شعاعه $\vec{v}$. ـ أذكر الخاصية الهندسية التي تحققها M و M'. (جواب $\overrightarrow{MM'}=\vec{v}$) ـ لتكن الأعداد المركبة b، z، z' لواحق $\vec{v}$، M و M' على الترتيب. ما الخاصية التي تحققها هذه الأعداد. (جواب $z'-z=b$) **ثانيا:** نفرض أن f تحاك مركزه Ω ونسبته a. ـ أذكر الخاصية الهندسية التي تحققها M و M'. (جواب $\overrightarrow{\Omega M'}=a.\overrightarrow{\Omega M}$) ـ لتكن الأعداد المركبة z_0، z، z' لواحق Ω، M و M' على الترتيب. ماذا تحقق هذه الأعداد؟ (جواب $z'-z_0=a(z-z_0)$ أي $z'=a.z+(1-a)z_0$) **ثالثا:** نفرض أن f يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z'، حيث: $z'=a.z+b$، مع $\|a\|=1$ و $a\neq 1$. ـ ابحث عن النقط الصامدة، ولتكن Ω لاحقتها w إحدى هذه النقط الصامدة. ـ عبر عن $z'-w$ بدلالة $z-w$. ـ أحسب $\left\|\frac{z'-w}{z-w}\right\|$، $\arg\left(\frac{z'-w}{z-w}\right)$ من أجل $z\neq w$، $z'\neq w$. ـ أعط تفسيرا للنتائج السابقة.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** في كامل الحصة المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ a، b عددان مركبان، وليكن f التحويل النقطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة M التي لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z'، حيث: $z'=az+b$ (أي $f(M)=M'$). **1- الانسحاب:** **خاصية:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z'، حيث: $z'=z+b$، هو الانسحاب المعرف بالشعاع $\vec{v}$ صورة b. **2- التحاكي:** ($a\in R^*$ و $a\neq 1$) **خاصية:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z'، حيث: $z'=a.z+b$ ، مع a عدد حقيقي غير معدوم ويختلف عن1، هو التحاكي المعرف بالمركز Ω الذي لاحقته $\frac{b}{1-a}$ والنسبة a. **3- الدوران:** ($a\in C$ و $\|a\|=1$) **خاصية:** التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z'، حيث: $z'=a.z+b$ ، مع $\|a\|=1$ و $a\neq 1$، هو الدوران المعرف بالمركز Ω الذي لاحقته $\frac{b}{1-a}$ والزاوية $\arg(a)$. **III/ تطبيق:** **تطبيق1:** من رقم68إلى85 ص148، 149. خاصة من 78 إلى 85 **تطبيق2:** تعرف على التحويلين المعرفين بالعبارتين المركبتين: أ) $z'=-iz+2+2i$ ب) $\sqrt{2}z'=iz-3i(1+\sqrt{2})-(z+3)$. (جواب: أ/ الزاوية $\frac{-\pi}{2}$ والمركز $(2,0)$، ب/الزاوية $\frac{3\pi}{4}$ المركز $(0,-3)$)	ـ نبرز الكتابة المختصرة $z'-z_0=k(z-z_0)$ لكل من التحاكي و الدوران.

الرقم:21/ 33

المؤسســـــة:	**المستــــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** حل مسائل حول التحويلات النقطية

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات، تحاكيات أو دورانات بواسطة الأعداد المركبة.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: كل الحصة عبارة عن أنشطة	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **III/ تطبيق:** **ت رقم162 ص159:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. لتكن النقطتان A، B صورتي العددين المركبين $a=4+2i$، $b=3-i$ على الترتيب. أ ـ ما نوع المثلث OAB؟ ب ـ عين عناصر الدوران الذي يحول النقطة A إلى B، والنقطة B إلى O. جـ ـ لتكن النقطة C صورة النقطة O بهذا الدوران. ما هي طبيعة الرباعي $ABOC$؟	

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** حل مسائل باستخدام خواص التحويلات النقطية

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: توظيف الأعداد المركبة لبرهان خواص الانسحاب، الدوران والتحاكي

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات - تعاليق - أمثلة لأنشطة
نشاط: كل الحصة عبارة عن أنشطة	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **III/ تطبيق:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{OI},\vec{OJ})$. f تحاك مركزه $\omega(3,1)$ ونسبته2؛ و T دوران مركزه $\omega(3,1)$، وزاويته $\frac{\pi}{3}$. نريد إثبات الخواص الأساسية لهما باستعمال العبارات المركبة. * لتكن النقط A، B، C لواحقها على الترتيب z_A، z_B، z_C، وصورها بواسطة f هي على الترتيب A'، B'، C' لواحقها على الترتيب z'_A، z'_B، z'_C، وصورها بواسطة T هي على الترتيب A''، B''، C'' لواحقها على الترتيب z''_A، z''_B، z''_C. **1-** أكتب العبارتين المركبتين لـ f و T. **2-** بين أنه إذا كانت A، B، C على استقامة واحدة فإن A'، B'، C' كذلك. وأيضا A''، B''، C''. (يمكن الاعتماد على قيس الزاوية $(\vec{AB},\vec{AC})=\arg(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A})$). **3-** أثبت أنه إذا كانت G مرجح الجملة (A,a)، (B,b)، (C,c) فإن صورتها G' بواسطة f هي مرجح الجملة (A',a)، (B',b)، (C',c)؛ وصورتها G'' بواسطة T هي مرجح الجملة (A'',a)، (B'',b)، (C'',c) (اعتمد على $\vec{G'A'}=\vec{0} \Leftrightarrow z_{A'}-z_{G'}=0$). **4-** قارن بين الأطوال AB، $A'B'$، $A''B''$. **5-** نفرض الآن أن $A(2,-1)$، $B(0,-3)$، $C(-1,2)$؛ ما نوع المثلث ABC؟ **-** أحسب أطوال أضلاع المثلثات ABC، $A'B'C'$، $A''B''C''$ واستنتج مساحاتها.	تعالج مسائل هندسية يتم فيها برهان خواص هذه التحويلات كحفظ الاستقامية، التوازي، المرجح،...؛ التأثير على الأطوال وعلى المساحات؛... . يمكن في هذه الفقرة الاعتماد على تمييز الدائرة و تمييز نصف المستقيم المشار إليهما أعلاه.

الرقم: 23/ 33

المؤسســــة:	**المستــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:	**موضوع الحصة:** التشابهات المستوية المباشرة

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: التعرف على تشابه مباشر ـ التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركبة.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ معلم متعامد ومتجانس للمستوي المركب. ليكن التحويل النقطي S المعرف بعبارته التحليلية $\begin{cases} x'=x\sqrt{3}-y \\ y'=x+y\sqrt{3} \end{cases}$ 1- عين مجموعة النقط الصامدة. 2- A، B، C، D صورها على الترتيب A'، B'، C'، D'. أثبت أن $A'B'=2AB$، واستنتج أن $\frac{A'B'}{C'D'}=\frac{AB}{CD}$. (لا تستخدم العبارة المركبة) 3- نضع $z=x+iy$، $z'=x'+iy'$. أكتب العبارة المركبة لـ S. (خلال العمل لاحظ أن $-y=i^2y$) 4- نعتبر $A(3,0)$، $B(0,-2)$، $C(3,-2)$ ما طبيعة المثلث ABC ؟ وما العلاقة $A'B'C'$ بينهما؟(أطوال المثلث الثاني تستنتج من س(2)).	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. **1) التشابه المباشر:** **تعريف:** القول إن التحويل النقطي S تشابه مباشر معناه أن S يحافظ على نسب المسافات وعلى الزوايا الموجهة. أي من أجل كل نقط A، B، C، D حيث $C\neq D$؛ صورها على الترتيب A'، B'، C'، D' فإن: $\frac{A'B'}{C'D'}=\frac{AB}{CD}$ و $(\overrightarrow{C'D'},\overrightarrow{A'B'})=(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{AB})$. **2) نسبة التشابه:** **خاصية:** التشابه م يضرب المسافات في عدد حقيقي موجب تماما يسمى هذا العدد نسبة هذا التشابه. إثبات: من الشرط الأول في التعريف نحصل على $\frac{C'D'}{CD}=\frac{A'B'}{AB}$ إذا هذه النسبة ثابتة لا علاقة لها باختيار النقطتين. أي $A'B'=kAB$. **3) زاوية التشابه:** **تعريف:** في التعريف السابق؛ الزاوية $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{A'B'})$ ثابتة ومستقلة عن اختيار النقطتين A، B، هذه الزاوية تسمى زاوية التشابه. **4) العبارة المركبة لتشابه:** **خاصية:** كل تشابه مباشر من المستوي المركب له عبارة مركبة من الشكل $z'=az+b$ حيث a، b عددان مركبان و $a\neq 0$. علما أن $\|a\|$ نسبته و $\arg a$ زاويته. إثبات: نضع O المبدأ، L لاحقتها 1، M لاحقتها z. و $O'(r')$، $L'(l')$، $M'(z')$ صورها على الترتيب. يكون: $\frac{O'M'}{O'L'}=\frac{OM}{OL}$ و $(\overrightarrow{O'L'},\overrightarrow{O'M'})=(\overrightarrow{OL},\overrightarrow{OM})$. أي: $\left\|\frac{z'-r'}{l'-r'}\right\|=\left\|\frac{z-0}{1-0}\right\|$ و $\arg\left(\frac{z'-r'}{l'-r'}\right)=\arg\left(\frac{z-0}{1-0}\right)$. أي: $\boxed{z'=(l'-r')z+r'}$ ..... واضح. **حالات خاصة:** في حالة $a=1$ التشابه انسحاب. وفي حالة نسبة التشابه المباشر هي 1 أي $\|a\|=1$ نقول عن التشابه المباشر إنّه تقايس موجب (أو إزاحة). في هذه الحالة هو دوران. أما إذا كانت زاويته0، أي $\arg a=2k\pi$، فهو تحاكٍ. **III/ تطبيق:** من رقم1 إلى8 ص178.	نعرف التشابه المباشر كتحويل نقطي يحافظ على نسب المسافات و يحافظ كذلك على الزوايا الموجهة في الحالة التي تكون فيها نسبة التشابه المباشر هي 1، نقول عن التشابه المباشر إنّه تقايسا موجبا (أو إزاحة). نبين أن التحويلات المدروسة سابقا هي تشابهات مباشرة.

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** تركيب تشابهين

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تركيب تشابهين مباشرين.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. S التحويل المعرف بالعبارة المركبة $z'=az+b$ حيث a، b عددان مركبان و $a\neq 0$. ولتكن $M(m)$، $N(n)$، $P(p)$، $Q(q)$ نقط كيفية من المستوي صورها بواسطة S هي على الترتيب $M'(m')$، $N'(n')$، $P'(p')$، $Q'(q')$. 1- أكتب العلاقات التي تحققها M، N، P، Q مع M'، N'، P'، Q'. و m، n، p، q مع m'، n'، p'، q'. 2- بين أن $\frac{q'-p'}{n'-m'}=\frac{q-p}{n-m}$ 3- استنتج أن S تشابه.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. **التحويلات النقطية المعرفة بعبارة مركبة من الشكل $z'=az+b$:** **خاصية:** a، b عددان مركبان حيث $a\neq 0$. التحويل المعرف بالعبارة المركبة $z'=az+b$، هو تشابه. البرهان:(أنظر جزء الأنشطة) **مركب (تركيب) تشابهين:** (يمكن تقديم هذا العنصر في شكل تطبيق) **خاصية:** تركيب تشابهين مباشرين هو تشابه مباشر نسبته جداء النسبتين، وزاويته مجموع زاويتيهما، فإذا كان لهما نفس المركز فيكون له نفس المركز. البرهان: نفرض أن s تشابه معرف بالعبارة المركبة $z'=az+b$ و l تشابه معرف بالعبارة المركبة $z'=a'z+b'$. ولتكن $M'(m')$ صورة $M_1(m_1)$ بواسطة l، و $M_1(m_1)$ صورة $M(m)$ بواسطة s. إذا M' صورة M بواسطة $l o s$. نجد: $m'=a'm_1+b'$ و $m_1=am+b$ أي $m'=a'(am+b)+b'$ أي $\boxed{m'=aa'm+a'b+b'}$ ومنه نعم تركيب s و l هو تشابه مباشر نسبته $\|a\|.\|a'\|$، وزاويته $\arg(aa')=\arg a+\arg a'$. **III/ تطبيق:** **ت1)** أذكر طبيعة التحويل S بالضبط المعرف بكتابته المركبة، وحدد عناصره المميزة في كل حالة مما يلي:1) $\boxed{z'=iz-2+i}$ 2) $\boxed{z'=2z+2i}$ 3) $\boxed{z'=(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)z-2}$ 4) $\boxed{z'=(1+i)z+i}$ 5) $\boxed{z'=z+2i-1}$ 6) $\boxed{z'=-z+i+1}$. **ت2)** من رقم9 إلى25 ص179، 180، 181.	- نقبل أنه لا توجد تشابهات أخرى شكلها المركب يختلف عن $z'=az+b$ مع $a\in C^*$ و $b\in C$.(يمكن) برهان هذه النتيجة نبين أنّ التشابه المباشر(ماعدا الانسحاب) يتميز بثلاثة عناصر: مركزه و نسبته وزاويته.

المؤسســــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** تحليل تشابه

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تعيين التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة. توظيف التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركبة.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: S تشابه مباشر مركزه ω نسبته k وزاويته q. $(k \in R_+^*$ ، $q \in R)$. و r دوران مركزه ω وزاويته q؛ و h تحاك مركزه ω ونسبته k. ولتكن M نقطة من المستوي صورتها بـ r هي M_1، و M' صورة M_1 بـ h. 1ـ أذكر العلاقة الهندسية التي تحققها M و M_1، ثم M_1 و M'. 2ـ استنتج أن M' صورة M بواسطة S. 3ـ ما هي الخلاصة؟	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$. **التحليل القانوني لتشابه مباشر:** **خاصية:** S تشابه مباشر نسبته k وزاويته q. $(k \in R_+^*$ ، $q \in R)$. * إذا كان $k=1$ و $q=0$ فـ S انسحاب. * وإلا فهو يقبل نقطة صامدة وحيدة ولتكن ω، وهو تركيب دوران r مركزه ω وزاويته q مع تحاك h مركزه ω ونسبته k. أي $(S = roh = hor)$. **III/ تطبيق:** من رقم 26 وما بعد ص 181 وما بعد.	

المؤسسـة:	**المستـوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:	**موضوع الحصة:** حل مسائل هندسية.

المكتسبات القبلية:

- **الكفاءات القاعدية:** توظيف خواص التشابهات المباشرة لحل مسائل هندسية.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات ـ تعاليق ـ أمثلة لأنشطة
نشاط: نعتبر النقط $A(3,2)$، $B(4,-3)$، $C(2,0)$، $D(1,-\frac{3}{2})$. 1- عين التشابه S الذي يحقق: $S(A)=B$ و $S(C)=D$. 2- $D(\omega,2)$ الدائرة ذات المركز ω مركز التشابه ونصف القطر 2؛ أكتب معادلة لها ومعادلة لـD' صورتها بواسطة S. 3- ما طبيعة D'؟ وما عناصرها المميزة؟ قارن مساحة حيزها مع مساحة حيز D.	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **نتيجة:** من أجل أي أربعة نقط A، B، C، D من المستوي مختلفة مثنى مثنى، يوجد تشابه مباشر وحيد يحول A إلى B و C إلى D. **برهان:** يمكن أخذ الحالة العامة مع النقط A، B، C، D، واتباع سبيل شبيه بالمتبع في النشاط. **III/ تطبيق:** **تطبيق1** (يترك للتلاميذ) نعتبر النقطتين $A(1,1)$، $B(-2,1)$ من المستوي، و r الدوران ذو المركز A والزاوية $\frac{\pi}{2}$، و t الدوران ذو المركز B والزاوية $-\frac{\pi}{6}$ وليكن التحويل المركب $g=to.r$. 1- بين بالضبط طبيعة g وعناصره. 2- أنشئ A' صورة A بـ g. **تطبيق2** نعتبر التحويلين المعرفين بـ: $\boxed{S_1 : z'=-\frac{3}{2}iz+1+\frac{3}{2}i}$ $\boxed{S_2 : z'=2z-1+i}$، عين طبيعة وعناصر S_1 و S_2 وتركيبهما S_1oS_2.	- تعالج مسائل متنوعة و وضعيات نستعمل فيها المثلثات المتشابهة تدعيما لمكتسبات التلاميذ في السنة الأولى. - نبرهن أن إذا كانت A, B,A',B' أربع نقط مختلفة مثنى فإنه يوجد تشابه مباشر وحيد يحول A إلى A' و B إلى B'.

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية:2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة.
التاريـــــخ:	**الوحدة:** الأعداد المركبة
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** حل مسائل هندسية

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: توظيف خواص التشابهات المباشرة لحل مسائل هندسية.

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات و تعاليق و أنشطة
نشاط: كل الحصة عبارة عن أنشطة	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **III/ تطبيق:** **ت1/** نعتبر S التناظر بالنسبة إلى محور الفواصل. - أكتب العبارة التحليلية لـ S. - استنتج العبارة المركبة له. - ما هي النقط الصامدة؟ **ت2/** نعرف التحويل S بالعبارة المركبة $z'=-\overline{z}$. - استنتج العبارة التحليلية له. - تعرف على S. **ت3/** نعتبر التحويل $S: z'=\overline{z}+4i$. - أكتب العبارة التحليلية لـ S. مثل نقطة كيفية $M(x,y)$ من المستوي، ولتكن صورتها $M'(x',y')$ بواسطة S. - إعط تمثيلا كيفيا لـ x، y. ثم مثل x'، y'، واستنتج تمثيل M'. - احسب العدد $\frac{y+y'}{2}$، ثم استنتج طبيعة S. **ت4/** تعرف على التحويل الذي عبارته المركبة هي $z'=-z$.	- تقترح أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركبة هي : $z'=a\overline{z}+b$ وذلك في حالات خاصة و بتقديم المساعدة المناسبة ؛ نجد عندئذ فرصا للتعامل مع تركيب تناظرات محورية و تحليل دوران أو إنسحاب إلى جداء تناظرين محوريين.

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية:2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــــخ:	**الوحدة:** المقاطع المستوية للسطوح
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** السطوح الأسطوانية

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تعيين معادلة سطح أسطواني دوراني

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات و تعاليق و أنشطة
نشاط:	(see below)	- نكتفي بسطح أسطواني دوراني محوره أحد محاور الإحداثيات.

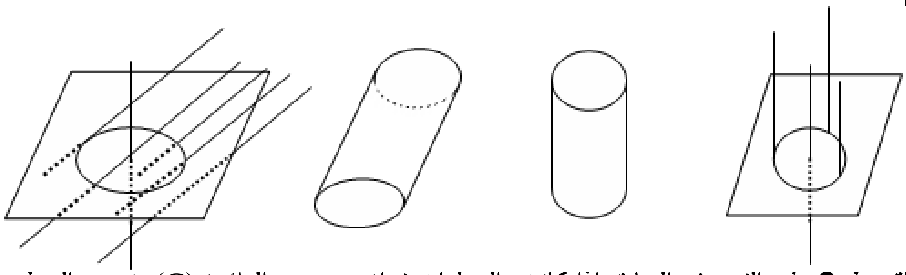
الإنجاز (سير الحصة)

I/ تمهيد:

II/ العرض:

السطح الأسطواني الدوراني:

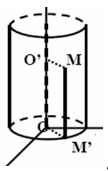
تعريف1: (C) دائرة من مستو (π) و(D) مستقيم لا يوازي (π). نسمي مجموعة نقط المستقيمات التي توازي (D) وتستند على (C)، سطحا أسطوانيا دليله(C)، ومنحى مولداته منحى (D).



تعريف2: في التعريف السابق إذا كانت المولدات توازي محور الدائرة (C) نسمي السطح الأسطواني سطحا أسطوانيا دورانيا. ونصف قطر الدائرة يسمى نصف قطر الأسطوانة.

ملاحظة: سنكتفي بدراسة السطح الأسطواني الدوراني الذي محوره أحد محاور الإحداثيات.

معادلة سطح أسطواني دوراني:



الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

1/ محور الأسطوانة (δ) هو $(o,\vec{k})$، ونصف قطرها α : و $M(x,y,z)$ نقطة منها، مسقطها العمودي على المستوي $(o,\vec{i},\vec{j})$ هو $M'(x,y,0)$، وعلى المحور $(o,\vec{k})$ هو $O'(0,0,z)$. نجد: $M\in(\delta)$ معناه $O'M^2=\alpha^2$ معناه $O'M^2=\alpha^2$

ومنه: $\boxed{(\delta):x^2+y^2=\alpha^2}$ مثال: أكتب معادلة.......ونصف قطرها 3.

2/ محور الأسطوانة (δ) هو $(o,\vec{j})$، ونصف قطرها α :نجد: $\boxed{(\delta):x^2+z^2=\alpha^2}$.

3/ محور الأسطوانة (δ) هو $(o,\vec{i})$، ونصف قطرها α :نجد: $\boxed{(\delta):y^2+z^2=\alpha^2}$.

III/ تطبيق:

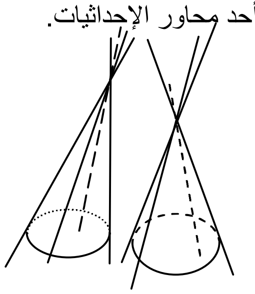
في الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. أكتب معادلة للأسطوانة الدورانية التي محورها $(o,\vec{j})$ وتشمل النقطة $A(3,-2,-4)$.

المؤسســـــة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــــخ:	**الوحدة:** المقاطع المستوية للسطوح
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:** السطوح المخروطية

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تعيين معادلة سطح مخروطي دوراني

مؤشرات الكفـاءة:

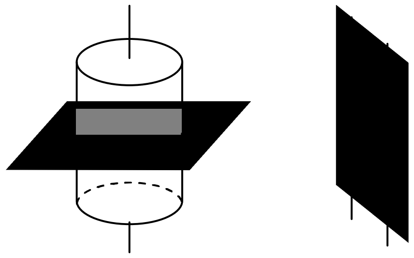
الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات و تعاليق و أنشطة
نشاط:	**I/ تمهيد:** **II/ العرض: السطح المخروطي الدوراني:** **تعريف1:** (C) دائرة من مستو (π) و نقطة ليست من (π). نسمي مجموعة نقط المستقيمات التي تشمل W وتستند على (C)، سطحا مخروطيا رأسه W ودليله (C)، و هذه المستقيمات تسمى مولداته. **تعريف2:** في التعريف السابق إذا كانت W من محور الدائرة (C) نسمي السطح المخروطي سطحا مخروطيا دورانيا. و الزاوية التي يصنعها أحد المولدات مع محوره تسمى نصف زاوية الرأس لهذا السطح. **ملاحظة:** سنكتفي بدراسة السطح المخروطي الدوراني الذي محوره أحد محاور الإحداثيات. **معادلة سطح مخروطي دوراني:**  الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. **نفرض أن رأسه O ونصف زاوية رأسه θ ، ومحوره $(O,\vec{k})$:** ولتكن $M(x,y,z)$ نقطة من هذا المخروط. نجد: M من المخروط معناه: $\overrightarrow{OM}.\vec{k}=\|\overrightarrow{OM}\|.\|\vec{k}\|.cos\theta$ أي: $\|\overrightarrow{OM}\|.\|\vec{k}\|.cos\theta=z$ أي: $\sqrt{x^2+y^2+z^2}\times 1\times cos\theta=z$ أي: $x^2+y^2+z^2=\frac{z^2}{cos^2\theta}$ ، وبما أن: $\frac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta$ فنجد المعادلة: $\boxed{x^2+y^2-z^2tan^2\theta=0}$. و هي معادلة للمخروط المذكور. ونلاحظ أنها على الشكل: $x^2+y^2-a^2.z^2=0$. **مثال:** أكتب ...... 30^0. **III/ تطبيق:** أكتب معادلة للمخروط الدوراني الذي رأسه O ونصف زاوية رأسه θ ، ومحوره $(O,\vec{j})$، ثم للمخروط الدوراني الذي رأسه O ونصف زاوية رأسه θ ، ومحوره $(O,\vec{i})$.	ـ نكتفي بسطح مخروطي دوراني محوره أحد محاور الإحداثيات.

المؤسســـــة:	**المستـــــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية:2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــــخ:	**الوحدة:** المقاطع المستوية للسطوح
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:**

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تعيين مقاطع أسطوانية

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات و تعاليق و أنشطة
نشاط:	**I/ تمهيد:** **مقاطع أسطوانية** **II/ العرض:** **الحالة الأولى:** لتكن (δ) اسطوانة دورانية محورها (D) ونصف قطرها α و (p) مستو يوازي (D): باعتبار المسافة بين (p) و(D) هي d نحصل على المناقشة التالية: - إذاكان $d > \alpha$ فإن (p) لا يقطع (δ). - إذاكان $d = \alpha$ فإن (p) مماس لـ (δ) في أحد مولداتها (Δ). - إذاكان $d < \alpha$ فإن (p) يقطع (δ) في مولدين من مولداتها (Δ)، (Δ').  **الحالة الثانية:** لتكن (δ) اسطوانة دورانية محورها (D) ونصف قطرها α و (p) مستو يعامد (D): إذا التقاطع هو دائرة محورها (D) ونصف قطرها α. **III/ تطبيق:** في الفضاء المنسوب للمعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر الأسطوانة $(\delta): x^2+y^2=4$ والمستويات: $(p_1): z=3$، $(p_2): x=3$، $(p_3): x=2$، $(p_4): y=1$. أدرس تحليليا تقاطع كل مستو منها مع الأسطوانة.	- نكتفي بمقاطع سطوح بمستويات توازي مستويات الإحداثيات. -يمكن أن نشاهد، باستعمال برمجيات الهندسة الفضائية المناسبة، أنواع المقاطع الممكنة لتقاطع سطح أسطواني أو مخروطي بمستو لا يوازي أحد مستويات الإحداثيات. ولكن دون التطرق إلى أية دراسة نظرية

المؤسســـة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريـــــخ:	**الوحدة:** المقاطع المستوية للسطوح
توقيت الحصـة:.	**موضوع الحصة:**

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تعيين مقاطع مخروطية

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات و تعاليق و أنشطة
نشاط:	**I/ تمهيد:** **II/ العرض:** **مقاطع مخروطية** الفضاء المنسوب للمعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$. ليكن (δ) سطحا مخروطيا دورانيا معرف بالمعادلة: $x^2+y^2-a^2.z^2=0$. حيث $a\epsilon R^*$، و (p) مستو يوازي أحد مستويات الإحداثيات. نميز الحالات الثلاث التالية: **الأولى:** (p) يوازي $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$، أي $(p): z=\lambda$، فنجد: $(\delta)\cap(p):\begin{cases}x^2+y^2-a^2.z^2=0\\ z=\lambda\end{cases}$ إذا $(\delta)\cap(p): x^2+y^2=a^2.\lambda^2$، - فإذا كان $\lambda=0$ فإن $(\delta)\cap(p)=\{O\}$. - وإلا فإن $(\delta)\cap(p)$ هو الدائرة الممثلة ديكارتيا بـ $\begin{cases}x^2+y^2=a^2.\lambda^2=0\\ z=\lambda\end{cases}$. **الثانية:** (p) يوازي $(o;\vec{\imath};\vec{k})$، أي $(p): y=\lambda$، فنجد: $(\delta)\cap(p):\begin{cases}x^2-a^2.z^2=-\lambda^2\\ y=\lambda\end{cases}$ - فإذا كان $\lambda=0$ فإن $(\delta)\cap(p):(x-az)(x+az)=0$، ومنه $(\delta)\cap(p)$ هو اتحاد المستقيمين المعرفين بـ $\begin{cases}x+az=0\\ y=0\end{cases}$، $\begin{cases}x-az=0\\ y=0\end{cases}$ وهما من مولدات (δ). - وإلا فإن $(\delta)\cap(p):\begin{cases}x^2-a^2.z^2=-\lambda^2\\ y=\lambda\end{cases}$ وهذا قطع زائد. $(\delta)\cap(p)$ **الثالثة:** (p) يوازي $(o;\vec{\jmath};\vec{k})$، أي $(p): y=\lambda$، تطبيق **III/ تطبيق:** ناقش الحالة الثالثة: (p) يوازي $(o;\vec{\jmath};\vec{k})$، أي $(p): y=\lambda$.	- نكتفي بمقاطع سطوح بمستويات توازي مستويات الإحداثيات. -يمكن أن نشاهد، باستعمال برمجيات الهندسة الفضائية المناسبة، أنواع المقاطع الممكنة لتقاطع سطح أسطواني أو مخروطي بمستو لا يوازي أحد مستويات الإحداثيات. ولكن دون التطرق إلى أية دراسة نظرية

المؤسســـــة:

السنة الدراسية: 2015 / 2016.

التاريـــــــخ: ....

توقيت الحصـة:.

المستــــوى: 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج

ميدان التعلم: هندسة

الوحدة: المقاطع المستوية للسطوح

موضوع الحصة: مقطع سطح معادلته: $z = x^2 + y^2$.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تمثيل مقاطع مجسم مكافئ (Paraboloïde)

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات و تعاليق و أنشطة
نشاط:	انظر أدناه	

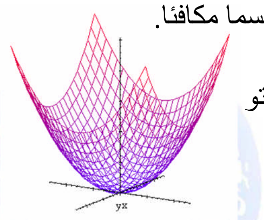
I/ تمهيد:

II/ العرض:

المجسم المكافئ:

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

تعريف: المجسم المعرف بالمعادلة $z = x^2 + y^2$ يسمى مجسما مكافئا.



مقاطع مجسم مكافئ

ليكن (δ) مجسما مكافئا معادلته: $z = x^2 + y^2$ ، و (p) مستو يوازي أحد مستويات الإحداثيات. نميز الحالات الثلاث التالية:

الأولى: (p) يوازي $(o;\vec{i};\vec{j})$، أي $(p): z = \lambda$، فنجد:

إذا $(\delta)\cap(p): \begin{cases} x^2 + y^2 = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$

- فإذا كان $\lambda = 0$ فإن $(\delta)\cap(p) = \{O\}$.
- وإذا كان $\lambda > 0$ فإن $(\delta)\cap(p)$ هو دائرة.
- وإذا كان $\lambda < 0$ فإن $(\delta)\cap(p) = \{\ \}$.

الثانية: (p) يوازي $(o;\vec{i};\vec{k})$، أي $(p): y = \lambda$، فنجد:

$(\delta)\cap(p): \begin{cases} x^2 + \lambda^2 = z \\ y = \lambda \end{cases}$ وهو قطع مكافئ.

الثالثة: (p) يوازي $(o;\vec{j};\vec{k})$، أي $(p): x = \lambda$، فنجد:

$(\delta)\cap(p): \begin{cases} \lambda^2 + y^2 = z \\ x = \lambda \end{cases}$ وهو قطع مكافئ.

III/ تطبيق:

هذه المذكرة خاصة بشعبة الرياضيات

المؤسســـة:	**المستـــوى:** 3رياضيات، 3ت رياضي، 3ع تج
السنة الدراسية: 2015 / 2016.	**ميدان التعلم:** هندسة
التاريــــخ:	**الوحدة:** المقاطع المستوية للسطوح
توقيت الحصـة:	**موضوع الحصة:** مقطع سطح معادلته: $z = xy$.

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: تمثيل مقاطع مجسم زائدي (hyperboloïde)

مؤشرات الكفـاءة:

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سير الحصة)	توجيهات و تعاليق و أنشطة
نشاط:		

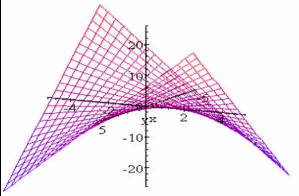
I/ تمهيد:

II/ العرض:

المجسم الزائدي:

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$.

تعريف: المجسم المعرف بالمعادلة $z = xy$ يسمى مجسما زائديا.



مقاطع مجسم زائدي

ليكن (δ) مجسما زائديا معادلته: $z = xy$ ، و(p) مستو يوازي أحد مستويات الإحداثيات. نميز الحالات الثلاث التالية:

الأولى: (p) يوازي $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$، أي $(p): z = \lambda$، فنجد: $(\delta)\cap(p): \begin{cases} xy = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ إذن

- فإذا كان $\lambda = 0$ فإن $(\delta)\cap(p)$ هو اتحاد مستقيمين.
- وإذا كان $\lambda \neq 0$ فإن $(\delta)\cap(p)$ هو قطع زائد.
- وإذا كان $\lambda < 0$ فإن $(\delta)\cap(p) = \{\ \ \}$.

الثانية: (p) يوازي $(o;\vec{\imath};\vec{k})$، أي $(p): y = \lambda$، فنجد:

$(\delta)\cap(p): \begin{cases} \lambda x = z \\ y = \lambda \end{cases}$ و هو مستقيم.

الثالثة: (p) يوازي $(o;\vec{\jmath};\vec{k})$، أي $(p): x = \lambda$، فنجد:

$(\delta)\cap(p): \begin{cases} \lambda y = z \\ x = \lambda \end{cases}$ و هو مستقيم.

III/ تطبيق:

باستعمال البرمجية *scientific workplace3.0* أنشئ التمثيل البياني للمجسم المكافئ $z = x^2 + y^2$.

الحل: 1/ ننقر على الأيقونة T فنتحول إلى M 2/ نكتب المعادلة z=x^2+y^2

3/ ننقر على الأيقونة فنحصل على الشكل.

4/ بالنقر المزدوج على الشكل يظهر عليه زران الأسفل يسمح بالتحكم في مجال القيم والوحدة، والأعلى يسمح بتحديد زاوية الرؤية للشكل.

توجيهات و تعاليق:

- يمكن تمثيل سطح معادلته $z = f(x,y)$ باستعمال مجدول.

نشير إلى أنّ مقطع سطح بمستو يوازي أحد مستويات الإحداثيات يؤول إلى تثبيت واحدة من الإحداثيات ومن ثمّ الحصول في غالب الأحيان إلى دالة عددية لمتغير حقيقي.

تمـــارين و مشكلات

التمرين 1

ضع العلامة √ أمام كل جملة صحيحة و العلامة × أمام كل جملة خاطئة .

1- الأسطوانة الدورانية هي مجموعة نقط مستقيمات موازية تماما لمستقيم ثابت في الفضاء .

2- الجملة $\begin{cases} x^2+y^2=9 \\ z=1 \end{cases}$ هي تمثيلا لاسطوانة دورانية

3- كل مستو قاطع لأسطوانة يقطعها وفق دائرة.

4- المساقط العمودية لكل نقط الأسطوانة الدورانية وفق منحنى يوازي محور الأسطوانة تشكل دائرة .

5- المعادلة $x^2-y^2=9$ هي معادلة اسطوانة دورانية في الفضاء .

6- المعادلة : $(x-4)(x+4)+z^2=9$ هي معادلة أسطوانة دورانية في الفضاء .

7- المخروط الدوراني هو مجموعة نقط من الفضاء

أسطوانة دورانية في الفضاء .

7- المخروط الدوراني هو مجموعة نقط من الفضاء

تبعد بعدا ثابتا عن مستقيم ثابت .

8- المعادلة : $x^2+y^2-3z^2=0$ هي معادلة لمخروط دوراني في الفضاء .

9- المعادلة : $x^2+y^2+4z^2=0$ هي معادلة لمخروط دوراني في الفضاء .

10- المعادلة : $z^2=\frac{1}{2}\left(x^2+y^2\right)$ هي معادلة لمخروط دوراني في الفضاء .

11- المعادلة : $x^2+y^2=1$ هي معادلة مجسم مكافئ في الفضاء .

12- المعادلة : $x.y=5$ هي معادلة مجسم زائدي في الفضاء .

التمرين 2

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

أكتب معادلة الأسطوانة التي محورها $\left(O;\vec{u}\right)$ و نصف قطرها α في كل حالة مما يلي :

1) $\vec{u}=\vec{i}$ ، $\alpha=3$ ، 2) $\vec{u}=\vec{j}$ ، $\alpha=\sqrt{5}$

3) $\vec{u}=\vec{k}$ ، $\alpha=\frac{3}{5}$

التمرين 3

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

(δ) أسطوانة محورها $\left(O;\vec{i}\right)$ و تشمل النقطة $\omega(-1;0;2)$

(Δ) مستقيم معرف بتمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-1+2\lambda \\ y=\lambda \\ z=2-\lambda \end{cases}$

1- أكتب معادلة (δ) .

2- عين نقط تقاطع (δ) و (Δ)

التمرين 4

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقطة $A(-1;2;4)$ و الشعاع $\vec{u}(-1;0;3)$

1 – أكتب معادلة الأسطوانة الدورانية (δ) التي محورها $\left(O;\vec{j}\right)$ و تشمل النقطة A .

2- أكتب معادلة المستوى (π) الذي يشمل A و $\vec{u}$ شعاع ناظمي له .

3- عين نقط التقاطع (δ) و (π) .

التمرين 5

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

نعتبر النقطتين $A(-2;2;1)$ و $B(2;-2;3)$

1- أكتب معادلة الكرة (s) التي قطرها $[AB]$

2- أكتب معادلة الأسطوانة (δ) التي محورها $\left(o;\vec{k}\right)$ و نصف قطرها $\sqrt{5}$

3- عين نقط تقاطع (s) و (δ) .

التمرين 6

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

أكتب معادلة المخروط الدوراني (R) الذي رأسه 0 و محوره $\left(O;\vec{u}\right)$ و يشمل النقطة A في كل حالة مما يلي :

1) $\vec{u}=\vec{i}$ و $A(-2;3;1)$

2) $\vec{u}=\vec{j}$ و $A(1;-1;1)$

3) $\vec{u}=\vec{k}$ و $A(0;-1;2)$

التمرين 7

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

1- اكتب معادلة المخروط الدوراني (R) الذي رأسه 0 و محوره $\left(O;\vec{j}\right)$ و يشمل النقطة $A\left(1;1;\sqrt{2}\right)$

2- اكتب معادلة الأسطوانة (δ) التي محورها $\left(O;\vec{j}\right)$ و نصف قطرها 2 .

3- عين نقط تقاطع (δ) و (R) .

التمرين 8

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(-1\,;1\,;1)$ ، $B(0\,;1\,;1)$ ، $C(-1\,;0\,;1)$ ، $D(2\,;1\,;2)$.

1- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC) .

2- أكتب معادلة المخروط الدوراني (R) الذي رأسه O و محوره $\left(O\,;\vec{k}\right)$ و يشمل النقطة D

3- عين نقط تقاطع (ABC) و (R) .

التمرين 9

المستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\right)$.

1 – أكتب معادلة سطح الكرة (s) التي مركزها $A(0\,;2\,;0)$ و نصف قطرها 1 .

2 – أكتب معادلة سطح الأسطوانة (δ) التي محورها $\left(O\,;\vec{j}\right)$

2 – أكتب معادلة سطح الأسطوانة (δ) التي محورها $\left(O\,;\vec{j}\right)$

و محيطة بالكرة (s)

3- اكتب معادلة سطح المخروط (R) الذي محوره $\left(O\,;\vec{j}\right)$ و محيط بالكرة (s) .

4 – عين نقط التقاطع (δ) و (R)

التمرين 10

المستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\right)$.

(R) مخروط دوراني رأسه 0 ومحوره $\left(O\,;\vec{k}\right)$ و زاوية رأسه $\frac{\pi}{2}$.

1 – اكتب معادلة (R) .

2 – اكتب معادلة الأسطوانة (δ) التي محورها $\left(O\,;\vec{k}\right)$ و تشمل النقطة $A(3\,;4\,;5)$.

3 – عين معادلة سطح الكرة (s) ذات المركز 0 و تشمل A .

4- عين نقط تقاطع (s) و (R) .

الحـــلـــــــــــول

التمرين 1

(1	√	(2	×	(3	×	(4	√
(5	×	(6	√	(7	×	(8	√
(9	×	(10	√	(11	×	(12	×

التمرين 2

معادلة الأسطوانة :

(1 $\vec{u}=\vec{i}$ ، $\alpha=3$: $y^2+z^2=9$

معادلة الأسطوانة :

(1 $\vec{u}=\vec{i}$ ، $\alpha=3$: $y^2+z^2=9$

(2 $\vec{u}=\vec{j}$ ، $\alpha=\sqrt{5}$: $x^2+z^2=5$

(35 $\vec{u}=\vec{k}$ ، $\alpha=\frac{3}{5}$: $x^2+y^2=\frac{9}{25}$

التمرين 3

1 – معادلة (δ) : $y^2+z^2=\alpha^2$

و بما أن $\omega\in(\delta)$ فإن : $(0)^2+(2)^2=\alpha^2$

و منه : $\alpha^2=4$ و عليه معادلة الأسطوانة هي : $y^2+z^2=4$

2 – تعيين نقط تقاطع (Δ) و (δ) :

نحل الجملة :