

المحصة	هندسة	التاريخ	نوفمبر 2015
المحور	المستقيمات والمستويات في الفضاء	القسم	3 علوم تجريبية
الموضوع	المستقيمات في الفضاء	المدة	ساعة واحدة
الكفاءات المستهدفة	التمثيل الوسيطي لمستقيم، التمثيل الوسيطي لمستوي الإنتقال من المعادلة الوسيطية إلى الديكارتية	المعارف المكتسبة	
الوسائل البداغوجية		المراجع	الكتاب المدرسي
سير الدرس	مراحل الدرس		
نشاط استكشافي	<p>نشاط: الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (Δ) مستقيم من الفضاء و $A(2; 1; -1)$ نقطة منه و $\vec{u}(0; 1; 2)$ شعاع توجيه له. نعتبر $M(x; y; z)$ من (Δ) أحسب \overline{AM}، ماذا يحقق الشعاعين \vec{u} و \overline{AM}؟</p>		
صياغة الكفاءة	<p>في كل ما يلي نعتبر الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$</p> <p>1/ التمثيل الوسيطي لمستقيم في الفضاء:</p> <p>(Δ) مستقيم من الفضاء و $A(x_A; y_A; z_A)$ نقطة منه و $\vec{u}(a; b; c)$ شعاع توجيه له، و منه: تكون النقطة $M(x; y; z)$ من (Δ) إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي t حيث:</p> $\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt, (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_A + ct \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} x - x_A = at \\ y - y_A = bt, (t \in \mathbb{R}) \\ z - z_A = ct \end{cases} \text{ أي: } \overline{AM} = t \times \vec{u}$ <p>الجملة تدعى التمثيل الوسيطي لـ (Δ)</p> <p>نتيجة: لإيجاد تمثيل وسيطي لمستقيم يكفي إيجاد شعاع توجيه له \vec{u} ونقطة A منه.</p> <p>مثال:</p> <p>ملاحظة مهمة: إذا كان المستقيم (Δ) يشمل نقطتين A و B فإن: $\vec{u} = \overline{AB}$ شعاع توجيه له</p> <p>مثال: أكتب تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) الذي يشمل $A(-1; 2; 1)$ و المبدأ O.</p> <p>ملاحظات: يمكن إدراج مفهوم التمثيل الوسيطي لقطعة مستقيمة ونصف مستقيم</p> <p>2/ التمثيل الوسيطي لمستوي في الفضاء:</p> <p>A, B, C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة. المستوي (ABC) هو مجموعة النقط M بحيث: $\overline{AM} = \alpha \overline{AB} + \beta \overline{AC}$، حيث: $\overline{AB}(a; b; c)$، $\overline{AC}(a'; b'; c')$ هما شعاعي توجيه المستوي (ABC)</p> <p>مبرهنة: المستوي (ABC) المار من $A(x_A; y_A; z_A)$ و شعاعي توجيهه \overline{AB} و \overline{AC} هو</p> $(\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2 \text{ حيث: } (S) \begin{cases} x = x_A + a\alpha + a'\beta \\ y = y_A + b\alpha + b'\beta \\ z = z_A + c\alpha + c'\beta \end{cases}$ <p>تسمى الجملة (S) بالتمثيل الوسيطي للمستوي (ABC)</p> <p>مثال: لتكن $A(1; 2; -1)$، $B(0; 1; 2)$، $C(1; 3; 0)$ نقط من المستوي</p> <p>1) بين أن النقط A, B, C ليست على استقامة واحدة</p> <p>2) عين التمثيل الوسيطي للمستوي (ABC)</p> <p>3) هل النقطة $D(2; 3; 1)$ تنتمي إلى المستوي (ABC)</p>		

الانتقال من المعادلة الوسيطية إلى الديكارتية:

مثال: ليكن (P) مستوي تمثيله الوسيط هو : مع $(t;k) \in \mathbb{R}^2$
$$\begin{cases} x = 1 + 2t - k \\ y = -t - 2k \\ z = t \end{cases}$$

أوجد المعادلة الديكارتية للمستوي (P).

الحل: لدينا $\vec{u}(-1;-2;0)$ و $\vec{v}(2;-1;1)$ شعاعي توجيه لـ (P) وليكن $\vec{n}(a;b;c)$

شعاع ناظم للمستوي (P) ومنه:
$$\begin{cases} 2a - b + c = 0 \dots (1) \\ -a - 2b = 0 \dots (2) \end{cases}$$
 من (2) نجد: $a = -2b$

وبالتعويض في (1) نجد: $c = 5b$ ومنه: $\vec{n}(-2b;b;5b)$ وعليه يكفي أخذ: $b = 1$

ومنه $\vec{n}(-2;1;5)$ شعاع ناظم لـ (P)، وعليه: $-2x + y + 5z + d = 0$ (P) و بما أن

نجد عندئذ (P): $-2x + y + 5z + 2 = 0$ (P) نقطة A(1;0;0)

الانتقال من المعادلة الديكارتية إلى الوسيطية:

مثال: ليكن (P) مستوي معادلته الديكارتية هي $-3x + y - z + 7 = 0$

أوجد التمثيل الوسيط للمستوي (P).

الحل: لدينا النقاط $A(2;1;2)$ ، $B(1;-1;3)$ و $C(0;0;7)$ تنتمي إلى المستوي (P)

منه $\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $\vec{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$ شعاعان غير مرتبطين خطياً وعليه التمثيل الوسيط

للمستوي (P) معطى كما يلي: $(P): \begin{cases} x = -\alpha - 2\beta + 2 \\ y = -2\alpha - \beta + 1 \\ z = \alpha + 5\beta + 2 \end{cases}; (\alpha;\beta) \in \mathbb{R}^2$

ملاحظات: