

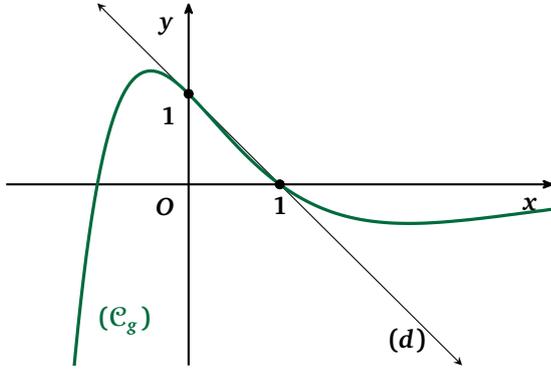
المراجعة 02

الدالة الأسية - المتتاليات - الاحتمالات

2017-2018

التمرين 1

★★★★☆ 45



الجزء الأول g هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ :

$$g(x) = (1 + ax^2)e^{bx}$$

حيث a و b عدنان حقيقيان، (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ و (d) مماس لـ (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 0 . (d) يقطع (C_f) في النقطة $(1; 0)$ (الشكل المقابل)

1. بقراءة بيانية احسب $g(1)$ ، $g(0)$ و $g'(0)$

2. اكتب معادلة للمماس (d)

3. باستعمال المعطيات السابقة عيّن العددين a و b

الجزء الثاني f هي الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$

2. ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكل جدول تغيّراتها

3. عيّن دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ ثمّ فسر النتيجة هندسيا

4. اكتب معادلة لـ (Δ) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة $h : x \mapsto (1 + x)e^{-x} - 1$ على \mathbb{R}

(ج) شكل جدول تغيّرات الدالة h . احسب $h(0)$ ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $h(x)$

(د) استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

5. أنشئ (Δ) و (C_f)

(ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = m$ حلان سالبان

نعتبر المتتالية العددية المعرّفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{5} \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1} \end{cases}$$

1. تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$
2. (ا) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا، $0 < u_n < \frac{1}{2}$
(ب) تحقق أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n + 1}$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)
(ج) استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ثمّ احسب نهايتها
3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n :

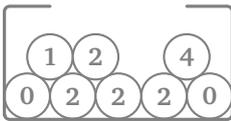
$$v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n - 1}$$

(ا) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول

(ب) أكتب v_n بدلالة n

(ج) استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_n = \frac{2^n}{3 + 2^{n+1}}$

(د) أكتب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$



يحتوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها رقما كما هو مبين في الشكل جانبه
نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

1. نعتبر الحدثين :
A : " من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل الرقم 0 "
B : " جداء الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 "
 $P(A) = \frac{5}{14}$ و أنّ $P(B) = \frac{1}{7}$
بيّن أنّ
2. ليكن X المتغيّر العشوائيّ الذي يرفق بكل سحبة جداء الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة
(ا) بيّن أنّ $P(X = 16) = \frac{3}{28}$
(ب) الجدول أسفله يتعلق بقانون احتمال المتغيّر العشوائيّ X . أنقل و أكمل الجدول معللا أجوبتك

$X = x_i$	0	4	8	16
$P(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

(ج) احسب الأمل الرياضي، التباين و الانحراف المعياري للمتغيّر العشوائيّ X

