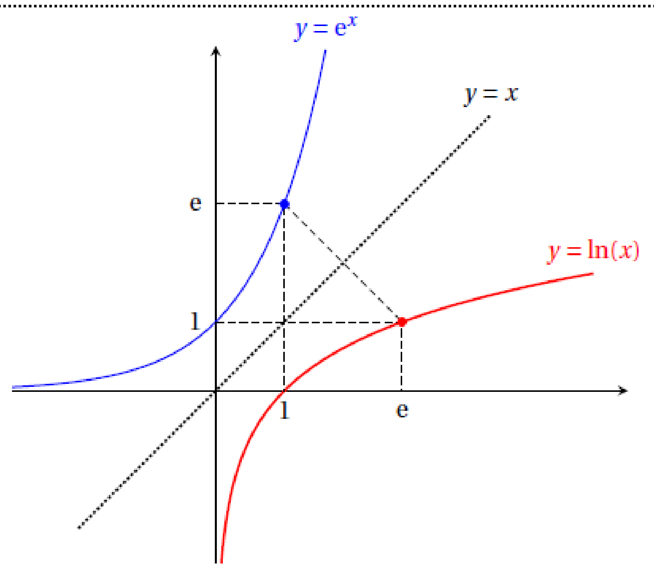
	الدالة الأسية $x \mapsto e^x$	الدالة اللوغاريتمية النيبرية $x \mapsto \ln x$
التعريف	هي الدالة الوحيدة القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث ، من أجل كل عدد حقيقي x، $f(0)=1$ و $f'(x)=f(x)$	هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ ، و التي ترفق بكل عدد حقيقي x موجب تماما ، العدد الحقيقي y ، الذي نرمز له بالرمز $\ln x$ ، حيث $\exp y = x$
مجموعة التعريف	$\mathbb{R}$	$]0;+\infty[$
الاشتقاقية	قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $(e^x)'=e^x$	قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و $(\ln)'(x)=\frac{1}{x}$
الإشارة	من أجل كل عدد حقيقي x، $e^x>0$	$x>1 \Leftrightarrow \ln x>0$ $0<x<1 \Leftrightarrow \ln x<0$
قيم خاصة	$e^0=1$ و $e^1=e$	$\ln 1=0$ و $\ln e=1$
المعادلات	$e^{u(x)}=e^{v(x)} \Leftrightarrow u(x)=v(x)$	$\ln u(x)=\ln v(x)$ تكافئ $u(x)>0$ و $v(x)>0$ و $u(x)=v(x)$
المتراجحات	$e^{u(x)}<e^{v(x)} \Leftrightarrow u(x)<v(x)$	$\ln u(x)\le \ln v(x)$ تكافئ $u(x)>0$ و $v(x)>0$ و $u(x)\le v(x)$
الخواص الجبرية	من أجل كل عددين حقيقيين a و b ، و من أجل كل عدد صحيح ، $e^{a+b}=e^a\times e^b$ $\quad (e^x)^n=e^{nx}$ $e^{a-b}=\frac{e^a}{e^b}$ $\quad e^{-a}=\frac{1}{e^a}$	من أجل كل عددين حقيقيين $a>0$ و $b>0$ ، و من أجل كل عدد صحيح n، $\ln ab=\ln a+\ln b$ $\quad \ln a^n=n\ln a$ $\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$ $\quad \ln\frac{1}{b}=-\ln b$
النهايات	$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to-\infty} x e^x=0$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to0}\ln x=-\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ $\quad \lim\limits_{x\to0}x\ln x=0$ $\lim\limits_{x\to1}\frac{\ln x}{x-1}=1$
مشتقات أخرى	$\left(e^{u(x)}\right)'=u'(x)e^{u(x)}$	$(\ln[u(x)])'=\frac{u'(x)}{u(x)}$
العلاقة بين الدالتين	من جل كل عدد حقيقي $x>0$ و من أجل كل عدد حقيقي y $x=e^y \Leftrightarrow y=\ln x$	
التمثيل البياني		

الطرائق

1 حل معادلات أسيّة

خاصية 1 a و b عددان حقيقيان. إذن : $e^a = e^b$ تُكافئ $a = b$

◁ **الطريقة و الأمثلة**

الطريقة لحل معادلة أسيّة
① نُعيّن مجموعة تعريف المعادلة
② نحل المعادلة المقترحة بالاستناد على الخاصية 1
③ نختبر إن كانت الحلول الموجودة تنتمي إلى مجموعة التعريف ثمّ نستنتج

أمثلة حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين

(أ) $e^{x+1} = e^{\frac{1}{x}}$	(ب) $3e^{2x} + e^x - 4 = 0$

تطبيقات حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية
(أ) $e^{2x} - 2e^x + 1 = 0$ (ب) $e^{2x} - (1+e)e^x + e = 0$ (جـ) $e^{4x-1} = \frac{1}{e}$

$S_1 = \{0\}$ ، $S_2 = \{0; 1\}$ ، $S_3 = \{0\}$

2 حل متراجحات أسية

خاصية 2 a و b عددان حقيقيان. إذن : $e^a < e^b$ تُكافئ $a < b$

◁ **الطريقة و الأمثلة**

الطريقة لحل متراجحة أسيّة
① نُعيّن مجموعة تعريف المتراجحة
② نحل المتراجحة المقترحة بالاستناد على الخاصية 1
③ نختبر إن كانت الحلول الموجودة تنتمي إلى مجموعة التعريف ثمّ نستنتج

أمثلة حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين

(أ) $e^x \leq \frac{1}{e^x}$	(ب) $3e^{2x} + e^x - 4 < 0$

تطبيقات حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية
(أ) $(e^x - 1)e^x > e^x - 1$ (ب) $e^{2x} + 3e^x - 4 > 0$ (جـ) $e^{2x} - (1+e)e^x + e \geq 0$

$S_1 =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ ، $S_2 =]0; +\infty[$ ، $S_3 =]-\infty; 0] \cup [1; +\infty[$

1 حل معادلات لوغارتمية

خاصية 1 a و b عددان حقيقيان. إذن : $\ln a = \ln b$ تُكافئ $a = b$

◁ **الطريقة و الأمثلة**

الطريقة لحل معادلة لوغاريتمية
① نُعيّن مجموعة تعريف المعادلة
② نحل المعادلة المقترحة بالاستناد على الخاصية 1 و خواص الدالة اللوغارتمية
③ نختبر إن كانت الحلول الموجودة تنتمي إلى مجموعة التعريف ثمّ نستنتج

أمثلة حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين

(أ) $\ln\sqrt{2x-3} = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln x$	(ب) $2(\ln x)^2 + 5\ln x - 3 = 0$

تطبيقات حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية

(أ) $\ln(x+3) + \ln(x+2) = \ln(x+11)$ (ب) $\ln x + \ln(x-3) = 2\ln 2$

(جـ) $\ln\sqrt{3x-1} + \ln\sqrt{x-1} = \ln(x-2)$

$S_1 = \{1\}$ ، $S_2 = \{4\}$ ، $S_3 = \emptyset$

2 حل متراجحات لوغاريتمية

خاصية 2 a و b عددان حقيقيان. إذن : $\ln a < \ln b$ تُكافئ $a < b$

◁ **الطريقة و الأمثلة**

الطريقة لحل متراجحة أسيّة
① نُعيّن مجموعة تعريف المتراجحة
② نحل المتراجحة المقترحة بالاستناد على الخاصية 1 و خواص الدالة اللوغارتمية
③ نختبر إن كانت الحلول الموجودة تنتمي إلى مجموعة التعريف ثمّ نستنتج

أمثلة حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين

(أ) $\ln(2x^2 - 3x) \geq 2\ln(6-x)$	(ب) $2(\ln x)^2 + 5\ln x - 3 > 0$

تطبيقات حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية

(أ) $\ln(3x^2 - x) \leq \ln x + \ln 2$ (ب) $(\ln x)^2 - 4\ln x \leq 0$

$S_1 = \left]\frac{1}{3}; 1\right]$ ، $S_2 = [1; e^4]$

التمرين الأول

40 دقيقة

دراسة دالة مساعدة و استنتاج إشارتها

دراسة دالة أسية

الجزء الأول دراسة دالة مُساعدة

لتكن الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي: $g(x)=\mathrm{e}^{x}-x\mathrm{e}^{x}+1$

1. عيّن نهاية الدالة g عند $+\infty$
2. أدرس تغيّرات الدالة g و شكل جدول تغيّراتها
3. (أ) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0;+\infty[$.

   (ب) تحقق أنّ α ينتمي إلى المجال $[1,27;1,28]$

   (جـ) أثبت أنّ $\mathrm{e}^{\alpha}=\frac{1}{\alpha-1}$
4. عيّن، حسب قيم x، إشارة $g(x)$

الجزء الثاني: لتكن A الدالة المعرفة و قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$ كما يلي:

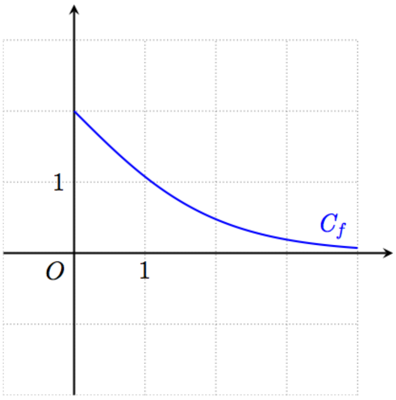
$$A(x)=\frac{4x}{\mathrm{e}^{x}+1}$$

1. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي موجب، إشارة $A'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$
2. استنتج تغيّرات الدالة A على المجال $[0;+\infty[$

الجزء الثالث: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بما يلي

$$f(x)=\frac{4}{\mathrm{e}^{x}+1}$$

ليكن $\mathcal{C}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (الشكل)



من أجل كل عدد حقيقي x، نضع:

M هي النقطة من المنحنى $\mathcal{C}$ ذات الإحداثيات $(x;(x))$،

P هي النقطة ذات الإحداثيات $(x;0)$،

Q هي النقطة ذات الإحداثيات $(0;f(x))$

1. أثبت أنّ مساحة المستطيل $OPMQ$ تكون أكبر ما يُمكن إذا كانت فاصلة M هي α (العدد الذي عُرف في الجزء الأول)
2. نفرض أنّ فاصلة النقطة M هي α
   أثبت أنّ المماس (T) للمنحنى $\mathcal{C}$ عند النقطة M هو موازي للمستقيم (PQ)

التمرين الثاني

40 دقيقة

دراسة دالة أسية

دراسة دالة مساعدة و استنتاج إشارتها

المماس لمنحنى دالة

نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=x\mathrm{e}^{x-1}+1$$

و ليكن $\mathcal{C}$ التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$. ما هو التفسير الهندسي لهذه النتيجة ؟
2. عيّن نهاية الدالة f عند $+\infty$
3. أدرس اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$
4. a عدداً حقيقيا موجب تماماً. ليكن T_a المماس للمنحنى $\mathcal{C}$ في النقطة ذات الفاصلة a

   (أ) عيّن معادلة للمماس T_a

(ب) أثبت أنّ المماس T_a يمر بالمبدأ O إذا و فقط إذا تحقق : $1-a^2\mathrm{e}^{a-1}=0$

(جـ) أثبت أنّ العدد 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $1-x^2\mathrm{e}^{x-1}=0$ على المجال $[0;+\infty[$

(د) استتج معادلة للمماس T_a الذي يمر بالمبدأ O

5. أنشئ المستقيم ذو المعادلة $y=2x$ و المنحنى $\mathcal{C}$

6. عيّن العدد ين الحقيقيين p و q حتى تكون الدالة g المعرفة بـ $(x)=(px+q)\mathrm{e}^{x-1}+x$ هي دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

التمرين الثالث

40 دقيقة

دراسة دالة أسية

مبرهنة القيم المتوسطة

مناقشة معادلة وسيطية

إنشاء منحنى دالة مرفقة

الجزء الأول نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $(x)=\mathrm{e}^{x-2}+1-x$

1. برّر أنّ الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ثمّ أحسب $g'(x)$

2. أدرس اتجاه تغيّر الدالة g و شكل جدول تغيّراتها ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني f هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x-1+\dfrac{x}{\mathrm{e}^{x-2}}$

و $\mathcal{C}_f$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

(ب) أثبت أنّ المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x-1$ هو مُقارب للمنحنى $\mathcal{C}_f$ عند $+\infty$

2. (أ) بيّن أنّ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{\mathrm{e}^{x-2}}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها

3. أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ينتمي إلى المجال $]0{,}1;0{,}2[$

4. بيّن أنّ المنحنى $\mathcal{C}_f$ يقبل مماسا (T) معامل توجيهه 1 ثمّ تحقق أنّ $y=x-1+\mathrm{e}$ هي معادلة لهذا المماس

5. أرسم (d)، (T) و $\mathcal{C}_f$

6. (أ) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة

$$\frac{x}{\mathrm{e}^{x-2}}=m+1 \qquad (1)$$

(ب) بيّن أنّه إذا كان للمعادلة (1) حلين α و β فإنّ $\beta\,\mathrm{e}^{\alpha}=\alpha\,\mathrm{e}^{\beta}$

7. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $h(x)=(x-1)(1+\mathrm{e}^{3-x})$ و $\mathcal{C}_h$ تمثيلها البياني

بيّن أنّ $h(x)=f(x-1)+1$ ثمّ استنتج كيفية إنشاء $\mathcal{C}_h$ انطلاقا من $\mathcal{C}_f$

التمرين الرابع

40 دقيقة

دراسة دالة لوغارتمية

النهاية بالمقارنة

نعتبر الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x)=\ln(1+\mathrm{e}^{-x})+\frac{1}{3}x$$

و ليكن $\mathcal{C}$ التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. (أ) عيّن نهاية الدالة f عند $+\infty$

(ب) أثبت أنّ المستقيم $\mathcal{D}$ ذو العادلة $y=\frac{1}{3}x$ هو مُقارب للمنحنى $\mathcal{C}$ عند $+\infty$

2. بمُلاحظة صحة المتباينة $1+\mathrm{e}^{-x}>\mathrm{e}^{-x}$، أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x،

$f(x)>-\frac{2}{3}x$

استنتج نهاية الدالة f عند $-\infty$

3. أثبت أنّ المستقيم D' ذو المعادلة $y = -\frac{2}{3}x$ هو مُقارب للمنحني $\mathcal{C}$ عند $-\infty$
4. (أ) f' هي الدالة المشتقة للدالة f. تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x،

$$f'(x) = \frac{e^x - 2}{3(e^x + 1)}$$

(ب)استنتج اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها على $\mathbb{R}$
5. ليكن (T) المماس للمنحني $\mathcal{C}$ في النقطة ذات الفاصلة 0
(أ) عيّن معامل توجيه المماس (T)
(ب) a عدد حقيقي غير معدوم، M و N نقطتان من المنحني ذوات الفاصلتين a و $(-a)$ على الترتيب، أثبت أنّ المستقيم (MN) يُوازي المستقيم (T)
6. أنشئ المستقيمين D، D' و المنحني $\mathcal{C}$

التمرين الخامس

40 دقيقة

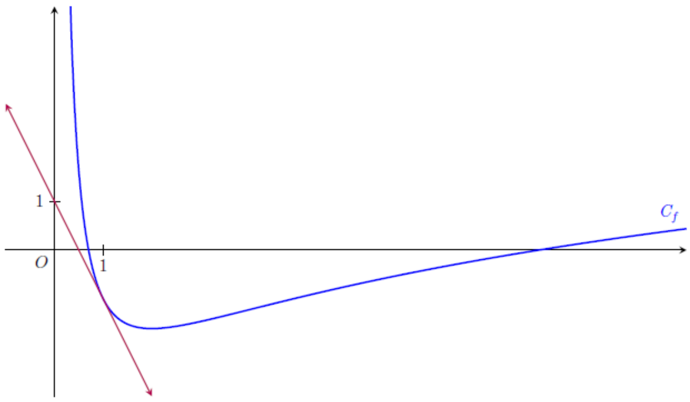
قراءة بيانية

دراسة دالة لوغارتمية

جدول تغيّرات دالة مرفقة

الجزء الأول

f هي الدالة المعرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$. و f' هي دالتها المشتقة



$\mathcal{C}$ هو التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس

(T) هو المماس للمنحني $\mathcal{C}$ في النقطة $(1;-1)$ و يشمل النقطة $(0;1)$

1. عيّن $f(1)$ ، $f'(1)$ ثم جد معادلة المماس (T)
2. نعلم أنّ $f(x)$ هي من الشكل $f(x) = 2\ln x + \frac{a}{x} + b$ حيث a و b عددان حقيقيان
(أ) عيّن $f'(x)$
(ب) استنتج قيمتي a و b

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي

$$f(x) = 2\ln x + \frac{4}{x} - 5\square$$

1. (أ) عيّن $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
(ب) عيّن $\lim_{x\to 0} f(x)$. ما ذا تستنتج بيانيا ؟
2. أدرس اتجاه تغيّر الدالة f و شكل جدول تغيّراتها
3. (أ) أثبت أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين α و β
(ب) شكل جدول تغيّرات الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x) = |f(x)|$

التمرين السادس

45 دقيقة

دراسة دالة مساعدة

دراسة دالة لوغاريتمية

الاستمرارية و قابلية الاشتقاق عند عدد

الجزء الأول

الدالة g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-2+\frac{1}{2}\ln x$

1. (أ) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها

(ب) ادرس اتجاه بغيّر الدالة g

2. أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;+\infty[$. تحقق أنّ $1{,}7<\alpha<1{,}8$

(ب) استنتج، حسب قيم x، إشارة $g(x)$

الجزء الثاني

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} g(0)=0 \\ g(x)=-\dfrac{7}{8}x^2+x-\dfrac{1}{4}x^2\ln x\,, \quad x>0 \end{cases}$$

1. (أ) ادرس استمرارية الدالة f و قابليتها للاشتقاق عند 0

(ب) عيّن نهاية الدالة f عند $+\infty$

2. من أجل كل عدد حقيقي $x>0$، احسب $f'(x)$ ثمّ تحقق أنّ $f'(x)=x\,g\left(\frac{1}{x}\right)$

3. استنتج إشارة $f'(x)$ من أجل $x>0$. شكل جدول تغيّرات الدالة f

4. عيّن معادلة لمماس المنحني $\mathcal{C}$ الممثل للدالة f في النقطة ذات الفاصلة 0 و معادلة للمماس في النقطة ذات الفاصلة 1. أنشئ هذين المماسين و المنحني $\mathcal{C}$

التمرين السابع

50 دقيقة

دراسة دالة مساعدة

دراسة دالة لوغارتمية

حل المعادلة $f(x)=x$

الجزء الأول دراسة دالة مساعدة

g هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-\dfrac{1}{x^2}-4\ln x$□

1. أدرس اتجاه تغيّر الدالة g على $]0;+\infty[$

2. احسب $g(1)$ واستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x، إشارة g

الجزء الثاني دراسة دالة f

f هي الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4x^2}-(\ln x)^2\square$$

ليكن $\mathcal{C}$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الرسم: 5 cm)

1. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$، $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

2. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ (يُمكن استخراج x^2 كعامل مشترك في عبارة $f(x)$).

عيّن نهاية الدالة f عند 0

3. (أ) أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$، $f'(x)=\frac{1}{2x}g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها

4. أنشئ المنحني $\mathcal{C}$

5. أثبت أنّ المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0;1]$

إعانة : يُمكن دراسة اتجاه تغيّر الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=f(x)-x$ على المجال $]0;1]$

6. أثبت أنّ المعادلة $f(x)=\frac{1}{x}$ تقبل حلا وحيدا β على المجال $[1;+\infty[$

أثبت أنّ $\alpha.\beta=1$

التمرين الثامن

50 دقيقة

قراءة بيانية

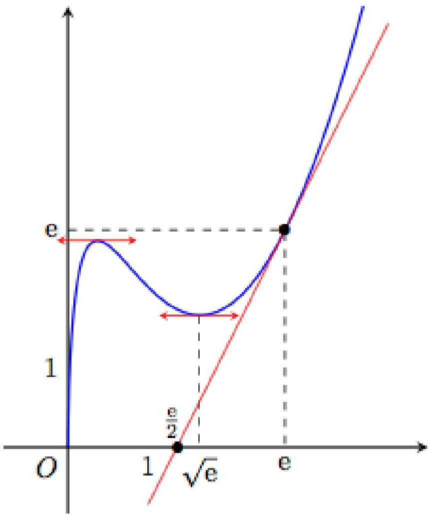
دراسة دالة لوغاريتمية

ليكن a، b و c ثلاث أعداد حقيقية و الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = x[a(\ln x)^2 + b\ln x + c]$$

المستوي منسوب إلى المعلم $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. مثلنا في هذا المعلم:

المنحنى $\mathcal{C}$ المُمثل للدالة f و مماسه d في النقطة ذات الفاصلة e: هذا المماس يقطع محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة $\frac{\mathrm{e}}{2}$



1. أثبت أنّ الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$. أحسب $f'(x)$ بدلالة a، b و c
2. عيّن، مستعملا الشكل، $f'(\sqrt{\mathrm{e}})$، $f(\mathrm{e})$ و $f'(\mathrm{e})$
3. استنتج أنّه من أجل كل $x > 0$، لدينا :
$$f(x) = x[2(\ln x)^2 - 3\ln x + 2]$$
4. أحسب نهايات الدالة f عند 0 و عند $+\infty$
5. أثبت أنّه من أجل كل $x > 0$، لدينا:
$$f'(x) = (\ln x + 1)(2\ln x - 1)$$
6. أدرس إشارة $f'(x)$ واستنتج جدول تغيّرات الدالة f

التمرين التاسع

خاص شعبة رياضيات

50 دقيقة

دراسة دالة مساعدة

دراسة دالة لوغاريتمية

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) + \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \square \quad \text{من أجل } x > 0 \quad \text{و} \quad f(0) = \frac{1}{2}$$

و ليكن $\mathcal{C}_f$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$، وحدة الرسم: 2 cm

الجزء الأول دراسة دالة مساعدة

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = \ln(x+2) - \ln x - \frac{2}{x+2} + \frac{1}{4}$

1. (أ) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g على المجال $]0;+\infty[$

   (ب) عيّن $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$
2. أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[2;3]$ ، $g(x) < \frac{1}{2}$

الجزء الثاني دراسة الدالة f

1. عيّن نهاية $x \mapsto x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ عند 0 (ضع $x = \frac{1}{t}$) و اثبت أنّ الدالة f مستمرة عند 0
2. هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند 0 ؟ أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة
3. تحقق أنّ $f'(x) = g(x)$ و استنتج اتجاه تغيّر الدالة f
4. (أ) أثبت أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) = 2$ (يُمكن استعمال النتيجة $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)}{h} = 1$)

   (ب) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

   (جـ) أثبت أنّ المستقيم $\mathcal{D}$ ذو المعادلة $y = \frac{x}{4} + \frac{5}{2}$ هو مقارب للمنحنى $\mathcal{C}_f$ عند $+\infty$
5. أنشئ في المعلم $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ المستقيمين $\mathcal{D}$ و المنحنى $\mathcal{C}_f$